Université Paris 8
UFR de Psychologie

Les conceptions des objets mathématiques portées par le langage :

Analyse des erreurs langagières en mathématique

Yveline PUAULT

Sous la direction de Monsieur A.Rouchier

Mémoire pour le DESS de Psychologie de l'Education

Septembre 2005

Résumé :

Cette étude porte sur le rapport étroit qu'entretiennent langage et mathématiques, ainsi que sur l'apport de l'analyse des erreurs langagières en mathématiques.

Elle est fondée sur l'hypothèse que les erreurs en général, et plus précisément les erreurs langagières, peuvent nous renseigner sur le type de rapport aux objets mathématiques qu'entretiennent les élèves en difficulté. Elle interroge le rôle de la formulation écrite de l'enseignant dans l'installation de ce rapport et sa remédiation possible. Elle souligne la variété de facteurs pouvant entrer dans l'apparition de ces erreurs, tout en privilégiant une approche didactique dans l'analyse, pour mettre en valeur ce qu'elles peuvent nous dire du rapport personnel des élèves et de leurs conceptions face aux objets de connaissance en mathématiques.

Elle est développée à partir de l'analyse de cahier de cours et de séances de remédiation psychopédagogique en mathématiques en relation duelle d'enfants en difficulté. Elle permet de dresser une typologie des erreurs qui renseignent sur l'imbrication étroite du langage naturel et de la langue mathématique. L'analyse fine des erreurs met en évidence un style de rapport personnel au savoir et le rôle de la formulation dans les conceptions des objets mathématiques. Elle met en évidence l'importance des implicites portés par le langage et la nécessité d'y prêter attention pendant l'échange didactique.

Mots-clés :

Didactique, langage, erreurs, mathématiques, rapport au savoir, conceptions.

Sommaire

Remerciements

Je remercie Madame G.Ricco, Professeure des Universités, à l'Université Paris 8, qui nous fait l'honneur de présider ce jury et m'a initié à la didactique.

Je remercie également Monsieur A.Rouchier, Professeur des Universités, à l'Université Bordeaux 2, pour l'impulsion qu'il a donné à mon travail en attirant mon attention sur les points essentiels à traiter.

Je remercie Monsieur J.Toussaint, Professeur des Universités à l'IUFM de Lyon pour sa participation à ce jury.

Je remercie vivement Madame E.Dosik, psychopédagogue au CMPP Pichon-Rivière à Paris, pour avoir accepté de me laisser décortiquer ce travail si délicat d'accompagnement des enfants en difficulté.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Madame Bautier, Professeure des Universités, à l'Université de Paris 8, pour l'attention qu'elle a portée à cette étude et pour les recherches qu'elle mène avec l'équipe ESCOL qui m'ont incité à entreprendre ce travail.

Introduction

Les difficultés d'un grand nombre d'élèves en mathématiques, ainsi que la désaffection croissante des étudiants pour les études scientifiques, interrogent l'enseignement des mathématiques, dans son déroulement, comme dans les conditions susceptibles de favoriser ces acquisitions.

Au sein de ces questions sont pointées depuis les années 80, les difficultés d'expression et de compréhension profonde du français à l'école (rapport de mission sur l'enseignement des mathématiques, 1988) qui entraîneraient en partie les difficultés mathématiques. Une quinzaine d'années plus tard, dans le programme des collèges en mathématiques (introduction générale pour le collège / sept.2004), il est demandé « d'être attentif au langage et aux significations diverses d'un même mot ». Il est également donné des conseils pour « faire admettre la nécessité d'un langage précis… (et que) l'obligation de précision apparaisse (à l'élève) comme une nécessité. ».

La contradiction conjoncturelle entre un relâchement et appauvrissement langagier des jeunes générations d'une part et de l'exigence langagière particulièrement à l'œuvre en mathématiques d'autre part interroge : la part du langage dans les erreurs en mathématiques est-elle si importante et quelles vont en être les conséquences ?

Depuis une dizaine d'années, la place de la langue dans les acquisitions scolaires a été abordée par différentes disciplines : les sciences de l'éducation, s'intéressant particulièrement à son rôle dans la construction des inégalités scolaires ; la linguistique pour l'analyse des discours transmis aux élèves ; la didactique, enfin, le langage en temps que phénomène social et psychique total, faisant partie des « conditions faites à la connaissance » (Chevallard, cité par Schubauer-Leoni, 18). Dans ce cadre d'analyse des conditions de fonctionnement de la transmission de savoirs scientifiques, des recherches se sont intéressées aux processus de preuves, aux situations de communication et à l'élaboration et l'appropriation de langages spécifiques aux sciences. Les recherches les plus récentes s'intéressent aux interactions verbales en classe et à l'analyse des pratiques professionnelles par le biais de l'étude des situations. Je me suis intéressée pour ma part à l'aspect privé, individuel de l'intermédiaire langagier, en m'appuyant sur une visée plus anthropologique de l'étude du contrat didactique (Chevallard, 1992). Le suivi d'élèves en difficulté en mathématiques m'a semblé une approche appropriée pour essayer d'analyser ce qui est de l'ordre de la langue dans les erreurs en mathématiques, à la fois comme outil d'expression de la connaissance mise en place sur les objets mathématiques et comme objet d'apprentissage participant à la formulation mathématique. Dans une partie de l’étude, je m’intéresserai à l’analyse des erreurs langagières et en quoi elle contribue à éclairer un des médiateurs de la transformation du savoir en connaissances. J’interrogerai ensuite sur la place de la langue employée par les élèves et les enseignants dans la facilitation (ou pas) du passage du rapport institutionnel à un rapport personnel aux savoirs.

Précisions de vocabulaire

Il est tout d’abord nécessaire de définir un certain nombre d’expressions qui vont être employées tout au long de cette étude. Nous nous référerons essentiellement aux termes définis par C. Laborde dans sa thèse consacrée aux interactions entre langue naturelle et écriture symbolique en mathématiques .(1982, 14)

Nous distinguerons :

- la langue naturelle ou courante : le langage étant la capacité de l’humain à échanger par un système de signes, la langue est le système de communication d’un groupe donné, inscrit dans une histoire et une société. C’est celle que nous employons tous les jours..
- le langage formel : représenté par l’écriture symbolique en mathématiques, c’est un code. C’est-à-dire un répertoire de signes et de règles d’agencement de ces signes ;qui permet de transmettre un message à un récepteur qui en connaît les règles de fonctionnement.
- le langage mathématique : qui résulte de la combinaison de ces deux codes, possédant ses propres caractéristiques, « distincte de la langue courante par sa présence dans ses énoncés d’éléments d’écriture symbolique, de termes lexicaux ayant un sens spécifique en mathématique et de tournures syntaxiques privilégiées. », mis en évidence par C. Laborde.

Nous nous intéresserons dans cette étude aux rapports entre langue naturelle et langage mathématique.

I. Les relations entre le langage et les mathématiques

La langue naturelle est présente sous plusieurs formes et pour différentes fonctions en mathématiques. Le langage naturel abonde dans le langage mathématique. La majorité des formulations dans les manuels et bien sûr des formulations orales se font en langage naturel.

Il est particulièrement présent au cycle 3 et au collège, dans les énoncés de problèmes, dans les définitions et les consignes.

Les élèves l'utilisent pour formuler des résolutions, communiquer les procédures employées, énoncer des résultats.

Elle participe ainsi à l'extériorisation de la pensée, mais contribue également au développement de la pensée. Nous allons explorer quelques facettes de ces rapports afin de poser les postulats théoriques de notre étude.

1. Le langage porteur d'une conception du monde

a) Les données de la psychologie cognitive

Le langage participe de la pensée ; par le langage, l'enfant se construit une lecture du monde. Nous nous inscrivons ici dans une théorie socio-historique qui défend le primat de la dimension sociale dans le fonctionnement mental. Pour Vigotsky, la rationalité est d'abord un produit social. C'est par un processus secondaire d'appropriation et d'intériorisation de celle-ci que peut se constituer la pensée individuelle. Le vecteur principal de cette élaboration de la pensée est le langage, instrument psychologique social par nature.

Même si la communication est une fonction première de l'activité langagière, elle est indissociable de sa fonction de représentation. Nous citerons Vigotsky dans Pensée et langage : « La relation entre le mot et la pensée est un processus vivant : la pensée naît par l'intermédiaire des mots. Un mot dépourvu de pensée est une chose morte, et une pensée qui ne se concrétise pas en mots reste une ombre » La signification des mots se développe au cours de la vie de la personne, car ce qui existe simultanément dans la pensée se développe successivement dans le langage. « La pensée ne s'exprime pas dans le mot, mais s'y réalise. »

G.Vergnaud a développé cette théorie dans son examen des rapports entre langage et pensée en mathématiques.(21) « Les signifiants langagiers sont partie constitutive de certains schèmes mathématiques » fait-t-il remarquer. Il donne l'exemple du dénombrement où l'activité langagière est étroitement associée au fonctionnement du schème qui le sous-tend. Pour lui, le fonctionnement des schèmes mathématiques comporte une part non négligeable de langage, en même temps qu'une organisation perceptivo-motrice de la conduite. C'est cet aspect de la question de l'accompagnement de l'action et de la pensée par le langage qui nous intéressera ici.

b) Les analyses de la psycho-linguistique

Pour Bronckart, le langage suscite chez l'enfant la création de systèmes d'appréhension et de traitement de structures cognitives riches et joue ainsi un rôle essentiel dans le développement du sujet. C'est la relation de correspondance entre les actions et les représentations qui va permettre à l'enfant d'utiliser les unités langagières comme instruments de connaissance du monde. Pour ce courant de la linguistique, l'activité langagière constitue le cadre qui organise et contrôle les interactions de l'organisme avec son milieu.

Cependant, ainsi que le remarquent aussi bien Vergnaud que Bronckart, il est impossible de couper le développement de l'enfant de sa matrice extra-linguistique et de ne pas tenir compte du référentiel sous-jacent au langage, c'est à dire les entités du monde préconstruites par l'action. Bronckart dit : « il faut théoriser les objets extralangagiers pour éviter de ne théoriser que le sujet parlant ».(8) Vergnaud rappelle « L'énonciation joue certes un rôle essentiel dans la conceptualisation…mais la conceptualisation trouve ses sources et ses critères dans la représentation du réel, pas dans les mots. ». C'est dans cette tension continuelle entre pensé et réel, signifiant et référentiel, que va vivre l'expression dans les mathématiques

2. La langue utilisée en mathématiques dans le processus de l'élaboration scientifique

a) Les analyses linguistiques des discours scientifiques

C. Laborde cite F. François : « Très souvent,…le scientifique fait comme si la matérialité de son discours (les mots, les types de phrases) importait peu, comme si la perméabilité du rapport « langue-pensée » pour le sujet épistémique allait de soi ». Plusieurs caractéristiques de la communication en mathématiques entraînent cette croyance. JB Grize, compare la construction du langage naturel et du langage logico-mathématique : La communication est possible, dans la langue courante, bien que la vérité de toute phrase déclarative soit une vérité subjective, car les interlocuteurs font comme s'ils traitaient du même référent implicite. Il y a constamment une activité d'interprétation du discours de l'autre. En mathématiques, les propositions ne s'interprètent pas : le sens s'identifie à la signification. On effectue un décodage en le lisant, pas une interprétation.

Un des objectifs du discours mathématique est la construction d'objets : le langage logico-mathématique va procéder par axiomatisation : « les énoncés (vont) porter sur des objets en droit non autrement donnés que par ces énoncés eux-même ». On va identifier l'objet du signe au référent, comme en géométrie où la définition du triangle est le triangle, puisqu'il n'existe pas dans la nature.

L'effacement de la personne qui parle est une autre des caractéristiques qui tend à fabriquer une représentation du langage mathématique comme universel. Le locuteur s'efforce de faire comme si personne ne parlait sinon les choses elles-même.

Mais la langue naturelle est encore présente, sauf dans des cas extrêmes de symbolisation, pour communiquer, argumenter, pour expliquer pourquoi on reconstruit le réel de telle ou telle façon,et il est difficile de faire abstraction de tout ce que connotent ses termes.

b) Les recherches en épistémologie ou philosophie des mathématiques

Penser la communication en mathématiques comme universelle et intemporelle, c'est faire abstraction de l'historicité du discours mathématique, comme s'il n'y avait « plus de différence entre le discours que le savoir tient sur lui-même et les règles qu'il met en œuvre. Il n'y a plus de distances entre les choses dites et leur règle…le contenu, c'est la forme ». Diverses recherches étudient l'évolution du discours mathématique dans le temps. Ces résultats montrent qu'il ne s'agit pas de simples transformations de vocabulaire ou de présentation, mais d'une manière différente de construire le référentiel des mathématiques. Il varie d'une inscription forte dans le comportement et le corps de l'humain (en Chine, par exemple) à une « attitude plus contemplative », basée sur la perception visuelle d'objets existants auparavant idéalement (mathématiques grecques).

Or que le langage construise différemment les objets mathématiques et leurs relations peut avoir une influence sur l'efficacité de sa transmission et de sa compréhension. R.Brissiaud met en évidence des manières de dénombrer différentes suivant les civilisations, contenues en partie dans le langage. Ainsi, la manière de dénombrer des enfants chinois s'appuie sur la décomposition et la recomposition des nombres utilisant les doigts, et intègre le calcul, permettant une mémorisation plus rapide et une opérationnalité plus performante que celle utilisée en Occident, qui s'appuie sur l'apprentissage par cœur, de façon déclarative, de la suite des mots-nombres du comptage. Cette approche différente est sous-tendue par une façon différente de « parler les nombres » suivant les cultures, les mots-nombres, en chinois, servant à décrire les relations numériques.

Le langage mathématique au travers de ces différents regards perd de son apparente universalité et ce détour permet de comprendre que des chemins de discours diversifiés peuvent être facilitateurs de compréhension ou au contraire décrire les relations du monde dans un cadre plus difficile à appréhender.

3. La langue naturelle autour des mathématiques

Quelles sont les ressources de la langue qui nous permettent de structurer les apprentissages ?

La nomination permet d'identifier, mais aussi de délimiter dans le temps et dans l'espace. C'est établir des liens avec d'autres éléments par l'utilisation des affixes, par exemple. C'est également s'inscrire dans une dimension sociale, car le langage fait des choix dans ce qu'il décrit du monde.

La syntaxe permet d'établir des relations entre les termes : elle permet de dire la cause, la conséquence, la concomitance…, mais également les relations dans l'espace, le temps.

Cette construction progressive du langage ne suit pas une progression linéaire. C. Laborde nous rappelle que l'acquisition de la langue première continue de s'affiner au cours de la scolarité au collège. Tomassone et LeGall (15) rajoutent qu'un élève de 6$^{\text{ème}}$ n'est pas capable de lire n'importe quel texte et que l'apprentissage de la lecture se poursuit au collège.

La maîtrise de la langue est renforcée par une expression langagière sur le langage : il s'agit alors de faire passer les élèves de ce qu'appelle Batkine des genres premiers aux genres seconds. Les genres premiers relevant d'une production spontanée, immédiate, liée au contexte et à l'expérience personnelle du sujet sont opposés aux genres seconds qui construisent une finalité qui décontextualise les activités et les relient à une signification culturelle plus large. Le maniement langagier mobilise alors « non seulement des ressources langagières et linguistiques, mais aussi un positionnement de soi par rapport aux objets langagiers et non langagiers, par rapport à l'activité même, son objet, ses finalités. » (Bautier, 5). Le registre second est l'attitude qui est implicitement demandée dans les activités scolaires ; il semble aller de soi dans le cadre scolaire. Or « les situations de travail sont peu pensées comme des situations permettant aux élèves de s'approprier des pratiques de reconfiguration et de s'approprier le sens de l'univers « second » des savoirs et des langages » a remarqué E.Bautier dans ses recherches en classe de ZEP.

Les élèves vont donc être confrontés à plusieurs formes d'implicites à décrypter : ceux du langage mathématique et ceux du méta-langage sur les mêmes activités. Ils résoudront ce décodage de façon inégale suivant le mode langagier le plus courant dans leur milieu (au sens pairs, famille, classe sociale, voire région). La plupart du temps, ils seront seuls aux prises avec cette reconfiguration, et se limiteront à ne convoquer que ce qui est présent pour le moment, en restant aux traits de surface de l'activité sans en aborder le sens.

Les enseignants sont en général peu préparés à repérer les indices dans les productions des élèves pour identifier les registres de travail mis en œuvre et à analyser les erreurs supposées langagières commises par les élèves. De nombreuses recherches en didactique ont commencé pourtant à analyser la place du langage dans la transmission de connaissances et nous allons présenter les résultats sur lesquels nous nous sommes appuyés.

II. L'approche didactique

1. Les caractéristiques de la langue mathématique

➢ Une étude fondamentale sur les rapports langage/mathématique a été effectuée par C. Laborde en 1982. C. Laborde s'est attachée à analyser les rapports entre langage mathématique et écriture symbolique, ainsi que les obstacles qui empêchaient les élèves de s'approprier les codages mathématiques. Nous nous attacherons ici à décrire ce qu'elle a analysé des caractéristiques du langage mathématique. Bien que s'appuyant sur des manuels encore influencés par les mathématiques ensemblistes, son étude fait ressortir quelques caractéristiques essentielles.

Certaines particularités résident dans l'utilisation de constructions syntaxiques moins usitées en langue courante. La tendance à l'objectivation dans le souci d'éliminer la subjectivité fait privilégier les formes passives et les normalisations. La tendance à la concision conduit à la formation de compléments du nom en cascade et de phrases complexes composées de plusieurs subordonnées. Les verbes sont souvent effacés au profit de syntagmes nominaux longs et surchargés d'adjectifs. En comparant les relevés systématiques de vocabulaire dans le langage courant et ceux des textes mathématiques, elle relève :

-la prépondérance de la préposition « de », puis du verbe « être »

-l'importance plus grande des noms, et adjectifs

- une relative absence des verbes.

Cela entraîne la primauté de l'expression des opérations effectuées et des relations entre objets par des syntagmes nominaux. Elle met en parallèle l'acquisition lente de la langue chez l'enfant : mise en place progressive des structures passives, élaboration graduelle des notions temporelles, difficultés à utiliser les déterminants de la catégorie nominale. Elle signale également, que pendant la période d'entrée au collège s'affine l'utilisation des registres de langage et que la mise en place d'un langage adapté va accompagner une nouvelle appréhension de la réalité amenée par les acquisitions scolaires. La complexité de la langue mathématique et de la langue naturelle en mathématiques vont donc se heurter à une langue encore en construction chez le jeune élève. Elle fait remarquer enfin le décalage entre le discours écrit et le discours oral et note la part importante d'implicites qui devront être levés par les élèves.

Un deuxième aspect de sa recherche met en valeur le type de formulation employé plus spontanément par des élèves dans diverses situations de communication construites par elle.

Après avoir noté l'emploi non spontané du codage mathématique dans la majorité des situations, elle analyse les particularités de l'expression en langue naturelle de repérage des objets mathématiques, de leurs relations et du renvoi au cours des textes aux objets déjà présentés auparavant. Une caractéristique générale des résultats montre la difficulté pour les enfants d'exprimer les liens entre les objets. Les descriptions se présentent comme des listes d'objets sans articulations entre eux. Le groupement d'éléments en grandes classes d'objets rend impossible l'expression de relations fines entre eux. Elle fait apparaître aussi l'intrication fréquente de la réalité extra-linguistique avec les éléments mathématiques

Deux éléments de cette référence reviennent au cours des énoncés : le repérage exprimé en termes géographiques : « au-dessus de, en bas… » et la réintroduction du sujet dans la description des objets et de leur relation. L'emploi fréquent des pronoms personnels possessifs en est une marque. D'autre part, l'objet est exprimé comme résultat d'une action du sujet. Par exemple, « le point apparaît comme résultat d'une mesure à faire, le segment comme la jonction de deux points. »

L'intérêt de cette étude est de comprendre la façon d'appréhender les objets mathématiques des élèves, qui transparaît dans les récurrences trouvées dans la formulation. Le caractère dynamique de la formulation recouvre une explication de la relation mathématique comme résultante de l'action du sujet. L'action n'est plus un codage, mais créatrice de l'objet même, car constitutive des relations qui le définissent, par rapport aux autres objets. Pour ne pas perdre ce sens, les élèves sont prêts à utiliser des phrases d'une grande complexité syntaxique plutôt que le codage symbolique. Certaines de ces caractéristiques se retrouvent dans les ouvrages très anciens, qui renforçaient les écritures symboliques par des explications nombreuses et redondantes en langue naturelle ; mais qu'en est-il des formulations utilisées dans les manuels actuels ?

➢ D'autres recherches à finalité didactique vers les enseignants ont exploré de près les caractéristiques de la formulation en mathématiques passibles de provoquer des erreurs dans l'enseignement. Croisant une approche linguistique et mathématique, Tomassone et LeGall ont mis en valeur des récurrences des énoncés mathématiques actuels.

Une des premières difficultés mises en avant est l'usage de mots de vocabulaire courant dans un sens spécifique, comme « carré, naturel, entier, racine…etc. (une étude sur le mot « milieu » par exemple a été effectué par Y.Guinsburger-Vogel, en 1987). Ils notent également les tournures spécifiques qui ont un sens ou une structure qui les distingue de l'usage courant (par exemple « on donne »). La complexité syntaxique des groupes nominaux dans lesquels les articles et les prépositions jouent un rôle fondamental et spécifique sera source de mauvaise compréhension.

Ils listent les nombreuses difficultés qui vont se dresser devant l'élève :

- ignorance du vocabulaire spécifique
- constructions et usages syntaxiques trop complexes
- analyse erronée de la phrase
- lecture sélective négligeant des informations explicites
- élaboration à tort d'informations implicites à partir du texte.

En analysant une consigne, ils décortiquent les nombreuses opérations nécessaires à la compréhension de cette consigne : le repérage des verbes et des compléments, le repérage, puis la hiérarchisation des articulations du texte, la compréhension du rôle de la ponctuation et le rattachement des compléments à chaque verbe séparément. Celles-ci sont difficilement exécutables par des élèves à l'entrée du collège seuls. Ils doivent pouvoir distinguer les différentes articulations du texte, en repérant les termes « articulateurs » et les termes de coordination. Ils doivent s'appuyer sur la ponctuation (qui a encore peu de signification pour les jeunes enfants). L'ordre des actions est souvent donné par l'ordre des verbes, mais les données informatives ne sont pas toujours données dans l'ordre utile.

La lecture d'un problème combine encore plus de difficultés, puisque là, il faut en plus organiser le repérage entre les parties informative et injonctive. L'énoncé même des consignes peut comporter des ambiguïtés en comprenant des demandes trop implicites :

- il faut comprendre que l'on attend une justification dans : « montrer.., existe-t-il.. » ; la réponse oui/non ne suffit pas.
- un même mot peut conduire à des actions différentes : « quel » peut demander de nommer (quel est le centre du cercle), une autre fois, on attendra un calcul (quel est le périmètre ?).
- la consigne est souvent mêlée à la partie informative ce qui rend la lecture de l'énoncé plus difficile.

La partie informative peut se présenter sous des formes différentes (dessins ou graphiques, textes de types différents…). Or cette abondance ne facilite pas toujours l'extraction des informations pertinentes. La partie informative n'est pas toujours entièrement dans le texte du problème, mais peut se constituer à mesure de l'avancée de la résolution. L'ordre des informations n'est pas toujours celui de leur utilisation. Le sens du verbe « être », si fréquemment utilisé en mathématiques, est à construire en fonction du contexte.

Enfin, la forme désincarnée de la consigne ou de l'information, du type : « on considère, soit un triangle », gêne l'implication de l'élève. Cette « neutralité énonciative » utilisant des verbes qui suggèrent la contemplation passive et non l'action, masque des informations implicites qui doivent encore être décodées. La situation d'énonciation est claire dans la consigne où l'élève est directement interpellé, où il est destinataire d'une demande d'action explicite : « construire le rectangle ABCD », par exemple, au lieu de « soit le rectangle ABCD ».

On voit qu'on est loin d'un simple problème d'explications de mots difficiles ou de l'apprentissage systématique d'un lexique (même si cet aspect est à prendre en compte également). L'intervention des enseignants par rapport à ces difficultés doit cependant éviter l'écueil de la simplification maximale des énoncés et des consignes, qui ne fait que reporter le problème dans les années suivantes. D'autre part, nous avons vu que la formulation recouvre une démarche cognitive. Les deux auteurs réclament plutôt des professeurs de mathématiques « d'admettre que le travail de la langue est partie intégrante de leur enseignement » et de travailler la langue au sein de leur matière.

2. La place de la verbalisation dans la conceptualisation

Nous regrouperons ici des études qui ont étudié le rôle de la transmission en sciences ou en technologie, où la verbalisation peut être plus facilement observable, sur la construction des concepts.

- A.Bernard a observé une activité de physique en classe de Lycée Professionnel. Il a analysé les verbalisations d'élèves en binôme sur un problème particulier, ainsi que les réponses de l'enseignant à ces verbalisations. Il part de l'hypothèse que le langage, en tant qu'outil de pensée, représente la synthèse extraite des régularités dans les phénomènes identifiées par l'apprenant dans ses tentatives de modélisation des situations rencontrées. La verbalisation qui reformule une question traduit la représentation existante du problème, si elle existe. L'exemple de la formulation : 35% de leur poids en sucre pris dans le sens de 35% de sucre du poids total, montre le glissement de sens qui témoigne cependant d'une pensée qui lit le réel en fonction des invariants opératoires dont elle dispose. Le langage ne peut plus servir la communication entre l'élève et l'enseignant, car les locutions sont identiques, mais ne recouvrent pas le même sens. Il remarque cependant que l'écoute langagière permet à l'enseignant d'appréhender les concepts-en-acte repérés par l'élève et de fournir en retour une réponse adaptée. La normalisation permettra alors à l'élève « de transformer les concepts, d'outils de pensée en objets de pensée (Vergnaud, 91), condition indispensable pour qu'ils soient communicables ». Si l'enseignant ne prête pas attention à ces signaux langagiers et qu'il n'a pas de mots pour communiquer ces savoirs implicites, leur appropriation est laissée à la charge de l'élève qui doit découvrir par des imitations ou décryptage de regards l'approbation de ses conceptualisations, mais ne pourra en construire de nouvelles.

- Une équipe belge (Evrard, Huyen, Bueger-Vander Borght) a analysé la nature des définitions employées oralement par l'enseignant en classe de sciences. L'objectif de la recherche était d'analyser en quoi le langage constitue une aide ou un frein à la conceptualisation, la définition étant considérée comme une possibilité d'approche de la conceptualisation d'un locuteur. Une des questions posées était la possibilité pour les élèves de reconnaître ou pas le caractère définitoire des énoncés employés ; en effet la définition en classe est une procédure dont le but premier de l'enseignant est de communiquer des conceptualisations aux élèves. Dans les deux types de mécanismes de la définition décrit par le Larousse (Dubois, 1989), « soit procéder en désignant l'objet, soit l'expliciter au moyen d'une métalangue », c'est le deuxième qui est le plus fréquemment employé en classe. L'activité définitoire, en tant que « réflexion sur les mots permettant de mieux appréhender leur(s) sens » va prendre plusieurs formes linguistiques, allant de l'énonce déclaratif : « le neurone, c'est-à-dire une cellule composée d'un axone et plusieurs dendrites » à la question : « donc est-ce que l'encéphale est nécessaire au réflexe ? ». Après avoir fait une typologie des différentes marques d'avertisseurs de définition et la modalité des rapports entre ce qui est défini et la définition, les conclusions de cette étude décrivent une pratique de classe plutôt inquiétante. Les élèves sont confrontés à un discours parsemé d'éléments définitoires, plus ou moins reconnaissables, dont ils doivent extraire des éléments pertinents, perdus dans le discours. Les traits définitionnels sont souvent implicites et l'absence d'indicateurs forts masque souvent le caractère définitoire de l'énoncé. La question est alors comment aider les élèves dans la tâche de reconnaissance des fragments définitoires dans le discours de l'enseignant. L'étude remarque aussi le décalage entre la formulation orale, très diversifiée et la formulation écrite, plus figée, plus reconnaissables, mais ne permettant pas obligatoirement une mise en relation avec ce qui a été dit en classe.

- Dans son étude des liens entre savoirs quotidiens et savoirs scientifiques, Viera Da Silva interroge le travail d'élaboration intellectuelle fait à partir des mots scientifiques utilisés en classe. Elle note que le quotidien produit un effet d'évidence et d'occultation et que les mots sont porteurs de ces sens premiers qui vont devoir être rectifiés lors de l'apprentissage des concepts scientifiques. Les mots en sciences vont être abordés par les élèves suivant plusieurs systèmes d'approche. Elle distingue :

-des mots à signification forte (mort, temps, commande, ressembler…)

-des mots explication, qui sont du discours scientifique, mais peuvent être interprétés dans une autre logique ou servir de support à des métaphores

-des mots polysémiques parfois utiles pour les images qu'ils véhiculent, mais pouvant provoquer des confusions pour la même raison.

Elle réclame une attention particulière de la part des enseignants sur ce qu'il advient des mots scientifiques proposés en classe en rappelant que des conceptions préexistent à toute activité scientifique et que la polysémie des mots aura son rôle à jouer. Le mot peut ne « rien dire », ne rien évoquer ; il peut avoir par lui-même une valeur explicative, mais pas toujours la bonne dans le contexte où il est réemployé ; il peut être interprété à travers l'usage quotidien ; ou servir à expliquer un autre phénomène et donnera une conception fausse de l'objet scientifique décrit. Elle conseille « d'ouvrir le mot et de déployer l'explication qui y est enfermée », afin de distinguer les sens « condensés »- citant Wallon ou agglutinés autour d'un mot, et de diversifier les mots explicatifs, tout en replaçant les métaphores et représentations à leur juste place, par rapport aux référents, afin de déjouer les pièges de la polysémie et de la familiarité des mots.

➢ Enfin, dans le cadre de la recherche en formation continue, G.Mercier étudie l'influence de différentes phases de verbalisation sur l'évolution des conceptions de l'apprenant, lors de l'explication de l'action d'assemblage d'une rampe d'escalier en métallerie, par des apprentis. Il s'appuie sur les concepts de prise de conscience et de métacognition dont la fonction est de favoriser la transformation des connaissances-en-actes en conceptions explicites. Ce qui est intéressant dans cette étude est la mise en valeur d'une certaine typicalité dans l'évolution des concepts au fil de la verbalisation. Il cherche à étudier les étapes de la conceptualisation dont la succession est à rapprocher d'un processus de microgenèse de la conceptualisation au cours de la verbalisation. Il utilise les verbalisations comme transcription des représentations que se fait l'apprenti au cours de sa tâche et cherche à établir la carte des filiations entre les conceptions. L'ordre d'évocation et la manière d'expliciter les relations utilisées seraient les signes d'une typicalité de pensée.

3. La place de l'erreur dans la recherche didactique

Une autre manière d'étudier le comportement cognitif est d'analyser les dysfonctionnements et les erreurs. Astolfi a mis en évidence la place inhérente de l'erreur dans les apprentissages et en a fait un signe indispensable à analyser chez les élèves. Il interroge la représentation de l'acte d'apprendre comme mécanisme régulier et progressif qui se mettrait en marche naturellement. Dans cette vision unificatrice des choses, sans contradictions, ni problèmes, les erreurs ne peuvent avoir d'autre statut que celui de ratés d'un système qui n'a pas correctement fonctionné. L'erreur y a un statut négatif, qui survalorise les savoirs disciplinaires qui restent des textes intangibles à respecter. L'acte d'apprendre s'y voit minoré, réduit au processus de « mythe naturaliste ». (Joshua, 1985)

Astolfi y oppose le statut positif des erreurs dans les modèles constructivistes. Il se réclame de Bachelard et de Piaget pour s'accorder avec la remarque de Fayol (1995), « l'une des premières sources d'erreur- et sans doute la plus résistante- tient à l'efficacité même de notre fonctionnement cognitif ». Il travaille alors à décortiquer la logique des erreurs et se met en quête du sens qu'elles peuvent avoir. Il considère les erreurs comme des indicateurs des processus intellectuels des élèves et conseille de s'engager dans « la voie d'une véritable connaissance de l'erreur » (Sanner, 1983). Leur analyse permettra de décoder les obstacles auxquels s'affronte la pensée des élèves pour résoudre les tâches intellectuelles demandées. L'erreur montre aussi l'esprit qui se risque sur des connaissances peu sûres et celui qui s'interroge. Si l'élève a ce moment-là rencontre sanctions ou moqueries, il comprendra vite qu'il est inutile d'essayer de prendre à sa charge le savoir.

Astolfi a également élaboré une typologie des erreurs, que je n'ai pas suivie pour classer les erreurs étudiées, mais qui m'a donné un cadre d'analyse. Il distingue :

-les erreurs relevant de la compréhension des consignes de travail

-les erreurs résultant d'habitudes scolaires ou mauvais décodage des attentes

-les erreurs témoignant des conceptions alternatives des élèves

-des erreurs liées aux opérations intellectuelles impliquées

-les erreurs portant sur les démarches adoptées (pas obligatoirement fausses, mais inattendues)

-les erreurs dues à une surcharge cognitive

-les erreurs ayant leur origine dans une autre discipline

-les erreurs causées par la complexité propre du contenu.

Astolfi n'écarte pas les composantes affectives et sociales pouvant intervenir dans les erreurs, mais il porte son analyse sur des dimensions qui lui paraissent susceptibles d'un traitement didactique. Ce sera également mon angle d'approche principal des erreurs.

➢ Le choix de se pencher sur les erreurs en mathématiques a été déjà fait dans des études de Schubauer-Leoni,C. comme significatif des ruptures de contrat et comme tel pouvant nous dire des choses sur les conditions favorables à la prise en charge des connaissances dans les situations d'enseignement. Elle fait remarquer que la notion de contrat a émergé lors d'études portant sur des faits qui témoignaient du dysfonctionnement du système d'attentes spécifiques entre l'enseignant et l'enseigné. Le dysfonctionnement peut être considéré comme une occasion de comprendre les mécanismes médiateurs entre la réponse de l'individu et le contexte qui en permet l'émergence. Les recherches menées ont souvent permis de faire apparaître des corrélations entre certaines conditions et les dysfonctionnements, mais ont rarement mis en valeur les processus interactifs mis en œuvre.

Schubauer-Leoni se penche, elle, sur une micro-histoire expérimentale, en cherchant à identifier des invariants dans le fonctionnement de la pensée en contexte. En suivant Chevallard, elle considère la difficulté en mathématiques comme résultant d'un double système de rapports : un rapport institutionnel et un rapport personnel de l'élève aux objets d'enseignement. Elle essaie ainsi d'éclairer l'articulation personnelle entre connaissances et savoirs et essaie de dresser une carte des espèces de rapports au savoir. Au diagnostic de l'institution officielle d'élève « qui ne sait pas ce que les autres sujets de l'institution savent au même moment de l'histoire didactique », elle compare l'action de l'institution de soutien qui agit comme guide permanent dans l'évitement des erreurs. Le parallélisme des deux actions ne permet pas à l'élève étudiée de s'installer dans une véritable rencontre du savoir, mais lui permet de rester dans une stratégie d'évitement de l'interpellation didactique. Cette étude, centrée sur un individu, mais en privilégiant une entrée par les concepts didactiques, a permis de décrire plus finement les conditions dans lesquelles peuvent se faire ou non la rencontre des objets de savoir dans une institution didactique nommée. Elle a mis en valeur le rôle des conceptions institutionnelles des deux enseignants sur le renforcement du refus de l'élève de la dévolution du savoir.

- Une autre approche des erreurs insiste plus sur sa signification individuelle dans la mise en rapport avec les apprentissages. C'est dans sa composante psychologique qu'elle y est mise en jeu. Ainsi, lors de l'analyse du suivi psychopédagogique d'une jeune fille de 4ème, S. en difficultés en mathématiques, A.Mercier(1986) analyse la signification des comportements manifestés lors des séances, à partir d'une problématique d'étude de rupture du contrat didactique, qui « font l'ordinaire de la classe de mathématiques ». Il remarque ainsi des ruptures courantes à ce niveau de classe autour de la démonstration en géométrie. Cependant, il met en perspective la réaction forte de S. avec sa propre construction du rapport au savoir scolaire et son désir de prise en charge ou pas du savoir mathématique. Cette approche peut s'approfondir dans une interrogation des mêmes phénomènes d'un point de vue psychanalytique ; cependant, le choix de l'attention à l'équilibre psychologique peut se faire alors au détriment de la prise en charge des problèmes mathématiques, car la visée n'en est pas identique.

Bien que je trouve l'approche psychologique incontournable dans la compréhension de certaines erreurs, le cadre des séances suivies ne permettait pas une analyse en ces termes ; je travaillerai donc plutôt sur une composante cognitive des types de rapports installés avec les objets mathématiques.

4. Les rapports aux savoirs

La notion de rapport aux savoirs a été utilisée dans de nombreux champs disciplinaires, dès les années 60 dans les domaines de la psychanalyse et de la sociologie ; elle est devenue dans les années 80/90 une problématique sous-tendant des recherches empiriques en didactique et en sciences de l'éducation. Il faut rester vigilant sur sa définition pour « lui conserver sa valeur de « concept problème » », comme le conseille Rochex. Je peux reprendre à mon compte la remarque de JY.Rochex sur son expérience professionnelle de conseiller d'orientation, qui l'avait confronté « très vite à l'importance des processus et déterminants sociaux dans la production des performances …scolaires, …et donc à la nécessité, pour mieux comprendre et mieux agir, d'une convocation mutuelle et d'une mise à l'épreuve réciproque des théories et conceptualisations propres aux disciplines du social et leurs homologues propres aux disciplines du psychisme. »

Me penchant sur ce qui se passait au niveau du langage, je ne pouvais que m'intéresser aux recherches de l'équipe ESCOL sur les différentes utilisations de la langue et des incidences de ces différenciations sur les performances scolaires. Des travaux sur les rapports au savoir des nouveaux lycéens ont permis de faire ressortir des processus complexes qui participent à la construction de la réussite ou de l'échec scolaire. Ils ont interrogé la façon dont les élèves construisent ou pas une signification pertinente des objets et contenus d'apprentissage qu'on vise à leur enseigner ; cette analyse a mis en valeur les difficultés fréquemment rencontrées lors du passage de situations d'actions ou d'évocation d'objets et d'expériences familières, aux processus de décontextualisation et d'institutionnalisation, que cette équipe nomme : processus de secondarisation.(s'inspirant d'une dénomination de Bakhtine). Elle a souligné ainsi l'ampleur des transformations du rapport au temps, au langage et à l'expérience première du monde que requière la culture scolaire et auxquelles les élèves semblent inégalement préparés. La part relevant des pratiques professionnelles du système éducatif a été soulignée : l'opacité et le caractère implicite de ce qui est requis sont ainsi mise en cause ; la présupposition que les dispositions et modes de travail demandés vont de soi empêche de construire explicitement avec les élèves ce qui est réellement nécessaire à la réussite.

Observant ce qui se passe dans une classe de CE2 lors d'un débat sur « on va parler de l'eau, comment on trouve l'eau », E.Bautier montre la pluralité et l'hétérogénéité des strates possibles de signification convoquées à travers les conduites langagières, et comment les élèves s'en emparent différemment suivant leur histoire familiale et scolaire. Or toutes les interventions n'ont pas même valeur dans la situation scolaire, et cela n'est pas explicitement dit. Les travaux interrogent également la part d'interprétation et de reconfiguration de l'enseignant, ainsi que le degré de pertinence des modes d'ajustement de ceux-ci aux caractéristiques (réelles ou représentées) des élèves. La centration sur la tâche, par exemple, et sur la réussite occulte deux sources importantes de difficultés : la capacité à identifier les traits de structure des tâches au- delà des traits de surface les plus apparents ; et celle à identifier les changements de statuts de connaissances dans les changements constants de registre discursifs et sémiotiques du discours scolaire. Ainsi des erreurs analysées comme déficit de compréhension sont parfois plus redevables d'un excès de signification extra-scolaire ou de l'occultation d'un registre pertinent par ceux des modes de caractérisation affectifs ou dichotomisant, fréquemment rencontrés chez les enfants des milieux populaires en difficulté.

Ces travaux privilégient une approche qui interroge la composante épistémique et identitaire du rapport au savoir, entre les genèses instrumentales et les dynamiques intersubjectives qui participent à son élaboration, sans oublier une conception forte de l'objet.

III. Problématique

J'ai essayé dans cette étude de combiner l'approche de ces différents travaux.

En effet, les analyses du langage mathématique et des erreurs y afférant se sont attachées à montrer les aspects communs des difficultés rencontrées par des enfants du même âge, comme sujet épistémique type, dans une description collective de l'acte d'enseigner.

Les recherches en didactique ont souvent observé des cas particuliers d'enfants (du Cas Gaêl de Brousseau au cas Valérie de Schubauer-Leoni) et ces recherches se sont montrées très fructueuses dans la description du rapport au savoir d'un élève particulier. Elles ont cependant rarement concerné l'étude de la formulation langagière en elle-même.

C'est dans les travaux sur la part dans la conceptualisation portée par le langage dans l'enseignement des sciences qu'ont été le plus souvent étudiées les conceptions premières des élèves portées par le langage. Cette approche a été moins fréquente en mathématiques et c'est celle que j'ai privilégiée.

J'ai essayé de m'attacher à analyser les erreurs langagières d'individus particuliers, afin d'essayer de mettre en valeur les micro-mécanismes à l'œuvre, au sein même du langage, celui des enfants comme celui des enseignants.

Mes hypothèses étaient que j'allais retrouver les erreurs inhérentes à tout apprentissage mathématique, dans les rapports complexes qu'entretiennent langage et mathématiques. Mais j'allais y trouver également une part personnelle qui revenait aux rapports déjà mis en place par les enfants à l'objet : apprentissage des mathématiques, ainsi que des éléments provenant de leur situation sociale et psychologique.

Je tenais à analyser parallèlement si la formulation des médiateurs de l'objet « apprendre les mathématiques », c'est-à-dire les enseignants et la psychopédagogue, pouvait renvoyer à une désignation différente de cet objet et ce qu'il en advenait pour les élèves, en tant que rencontre de conceptions personnelles toujours implicites.

IV. Méthodologie

Pour ce faire, deux objets d'étude ont été choisis : d'une part, quatre chapitres du cahier de géométrie d'une élève de 5$^{\text{ème}}$; d'autre part, des séances de psychopédagogie de deux enfants : Elodie, la même élève de 5$^{\text{ème}}$, et Medhi, élève de CM2.

1. Le choix des corpus :

Rappelons tout d'abord le cadre de ces séances : elles se déroulent dans un organisme de soin (CMPP) pour des enfants signalés pour des difficultés d'ordre psychologiques et/ou scolaires. Les deux enfants de l'étude ont eu un suivi thérapeutique pendant quelques mois pour Elodie, deux années pour Medhi, qui est maintenant interrompu. Ils ne sont pris en charge que par la psychopédagogue, avec comme indication un malaise certain face au scolaire, longtemps traduit par un comportement dissipé ou violent et des difficultés scolaires (redoublement du CP pour Medhi, notes très basses et menaces de redoublement de la 5$^{\text{ème}}$ pour Elodie). Les deux familles et les enfants sont demandeurs des séances. Elodie vient depuis 2 ans, Medhi depuis 4 ans, d'où une différence de familiarité avec la psychopédagogue. Nous analyserons donc des démarches d'enfants en difficulté et travaillerons essentiellement sur leurs erreurs.

Le choix des enfants suivis s'est malheureusement fait au hasard des séances que je pouvais suivre en stage. Il se trouve que le corpus fourni par le suivi d'Elodie était déjà très riche et permettait une étude approfondie, malgré le peu d'interventions verbales d'Elodie (dont nous reparlerons plus tard).

Cependant, l'analyse du corpus des séances de Medhi a permis de mettre en valeur des particularités propres à chacun et a fait ressortir les spécificités de leur fonctionnement, qui se répondait en miroir. Il a donc été joint à l'étude.

Les séances se déroulant à parti du contenu des cours suivis dans les classes de chacun, il était gênant de ne pouvoir assister aux cours dispensés aux enfants. L'analyse du cahier d'Elodie a permis en partie de contourner ce manque. Ce matériau s'est révélé particulièrement intéressant, car révélateur d'un fonctionnement particulier de transmission de cours.

2. Les méthodes d'analyse

Des méthodes différentes vont être employées pour analyser ce matériel.

1) Le cahier d'Elodie : Analyse de corpus écrit

Le modèle utilisé pour cette analyse est celui de la théorie de l'énonciation (Culioli, 1990), dans lequel les marques du discours sont analysées comme des traces du sujet et révélatrices du déroulement de la pensée. Nous utiliserons les termes de Bronckart (1985, 7) pour l'analyse du fonctionnement d'un discours et faisons également référence à l'analyse des désignations dans le discours mathématique de la thèse de C. Laborde (14)

2) Les séances de psychopédagogue : Analyse de corpus oraux

Bien que le modèle psycho-linguistique mette en avant la valeur pragmatique du langage et son insertion première dans le dialogue, nous ne prendrons pas prioritairement cet angle d'approche dans l'analyse des corpus oraux.

Nous allons nous intéresser d'une part aux erreurs mathématiques et langagières des enfants, de l'autre aux particularités de formulation de la psychopédagogue en comparaison avec les formulations du cours et en quoi celles-ci se répondent. Ces deux approches devraient nous permettre de décrire la « dimension processuelle du dire »(Auriac-Peyronnet,1.). En analysant le déroulement et la dynamique du discours, nous en saisirons les enchaînements discursifs et extra-discursifs, afin de faire surgir le référentiel inhérent à toute activité langagière.

Nous allons interroger le rapport entre le niveau référentiel et les signifiants: comment l'activité langagière crée le cadre qui organise et contrôle les interactions de l'homme avec son milieu et comment elle est le reflet de ces interactions. Notre objectif étant de montrer que l'analyse précise des erreurs langagières permet de mettre en valeur des types de rapport au savoir et peut-être d'axer les interventions didactiques sur les spécificités décrites.

Les corpus ont été enregistrés, puis transcrits et analysés par séances, suivant les modalités décrites au-dessus. Il est évident qu'il y aurait d'autres choses à étudier sur les corpus présentés avec une approche plus didactique et en se centrant sur ce qui se passait pendant les séances entre la psychopédagogue et les élèves. Le choix de certains passages étudiés dépend donc de l'approche annoncée d'études des erreurs langagières.

V. Typologie des erreurs

Nous classons les erreurs relevées suivant deux axes :

- -Les erreurs de langage dans son fonctionnement en mathématiques (le langage comme outil)

Nous y distinguerons :

A) <u>les erreurs dues à une difficulté du côté langagier :</u>

-un manque de vocabulaire pour s'exprimer qui peut masquer une conception juste qui ne peut être transcrite par le langage ;

-un manque de vocabulaire dans le langage naturel, qui recouvre une difficulté de conceptualisation.

B) <u>les erreurs dues à des difficultés mathématiques :</u>

-la rencontre d'un obstacle épistémologique

-l'absence de représentation ou la représentation différente de l'objet mathématique

C) <u>les erreurs renforcées ou provoquées par la formulation mathématique</u>

-analyse des séances

-analyse du cahier

-analyse de la formulation de la psychopédagogue

- -Les erreurs comme traces du fonctionnement et du rapport au savoir (le langage comme objet)

D) <u>les erreurs dues à la difficulté de secondariser</u>

E) <u>les erreurs représentatives du rapport au savoir</u>

VI. Analyse des erreurs

A. Les erreurs dues à une difficulté du côté langagier :

Nous classerons dans ce type des erreurs qui portent sur le lexique, essentiellement.

1) -<u>le manque de vocabulaire dans le langage naturel</u>

- [E/extraits/ l.1 à l.10] *ED essaie de s'appuyer sur le langage courant pour faire comprendre à E la notion d'angles complémentaires.*

Cette démarche semble pertinente dans ce cas, car le mot courant : « (se) compléter » recouvre une partie de la notion mathématique : on observe deux angles rajoutés l'un à l'autre pour faire une valeur intéressante en géométrie.

Or, E. ne connaît pas ce mot ou il n'évoque aucune représentation pouvant s'appliquer à ces figures. Va-t-elle pouvoir malgré tout se représenter la notion mathématique d'angles complémentaires si elle n'a pas cette représentation dans le langage courant ? La compréhension de ce que sont des angles complémentaires va-t-elle l'aider à comprendre le mot « complément » ? On voit que le niveau de langue préexistant va favoriser ou freiner la compréhension de la notion mathématique.

- [E/ extraits / l.11 à l.24] *ED abandonne l'appui sur la langue courante.*

Effectivement, le langage fait obstacle. ED se rattache alors aux propriétés de l'objet mathématique, c'est à dire, l'égalité de la somme des mesures à 90°. On verra dans d'autres séances qu'Elodie va bien retenir que le mot « complémentaire » entraîne la mesure 90°(elle le sait par cœur et l'énonce sans mot de liaison : complémentaire, 90°)

Cependant, lors d'un exercice de recherche sur un angle supplémentaire (notion concourante et retenue de la même façon) où il faut trouver la mesure d'un des angles, tout en connaissant l'autre, Elodie ne réussit pas à trouver qu'on cherche ce qui manque pour **compléter** jusqu'à 180°; elle ne trouve pas la notion de différence, car elle ne visualise pas la liaison contenue dans le mot « se complète ». Il semblerait donc que l'absence de la notion de **complément** dans le langage courant gêne Elodie dans l'utilisation et la compréhension en extension de la notion de complémentaire, même si elle parvient à retenir l'automatisme : supplémentaire, 180°.

- [E/ 0704 / l.44 à l.50**]** *Ce C, il m'embête un peu*

La psychopédagogue est gênée par le fait que la même appellation semble être utilisée pour deux objets mathématiques différents : le sommet du parallélogramme et son côté. Mais cela n'embête pas du tout Elodie. Elle ne se pose pas de questions sur ce qui est écrit, car que le même nom soit employé pour deux objets mathématiques ne la dérange pas. Elle a ce genre d'utilisation dans le langage courant, car elle a un vocabulaire très pauvre, où le même mot recouvre toute une gamme de concepts (exemple du mot « futur » qui recouvre une notion générale de temps-voir analyse plus loin).

- [E/ 1703 / l.144 àl.145*] C'est le point d'intersection …d'une diagonale.* Elodie ne connaît pas le mot **intersection** : elle ne peut donc voir l'action qui va avec (tracer deux éléments qui se coupent). Elle ne voit pas non plus l'existence des deux éléments : les diagonales. L'absence de vocabulaire l'empêche de voir la relation qui est construite entre les différents éléments de la figure.

- [E/ 1305 / l 1 àl.20] *j'comprends pas quand on dit volume.*

Medhi connaît tous les mots mathématiques pour représenter les différentes figures en volume et la désignation des parties des figures. Cependant, il ne connaît pas la notion de volume ; il sait qu'il ne se représente pas la notion qui est derrière le mot. Cet exemple est à l'opposé de ceux d'Elodie, ici la connaissance des mots ne suffit pas à la connaissance des objets mathématiques.

2) <u>le manque de vocabulaire pour exprimer des conceptions ou des interrogations</u>

- [E/extraits / l.36 à l.40] *Elodie veut poser une question sur les angles alternes/internes*

Elodie se représente suffisamment la notion étudiée pour avoir un questionnement dessus ; et subitement, son manque de mots bloque son questionnement. Elle visualise une relation possible qui l'interroge, mais est incapable de mettre des mots dessus. ED qui a vu son geste, interprète sa question de façon correcte. Cette question n'aurait pas été captée en situation de classe et c'est une des seules qu'Elodie a posée en séances, où elle ait été réellement active.

- [E/ extraits/ l.44 à l.50] *ED explique à Elodie une démonstration*

Ici, Elodie réussit à comprendre la démonstration en écoutant et en suivant l'explication sur la figure ; elle est même ravie d'avoir compris et a participé aux démarches à faire. Mais, ce ne sont pas ses mots. Elle- même est incapable de redire des phrases qui suivraient les étapes de pensée qui ont permis de démontrer. Elle est moins gênée par les mots de liaison ou les termes mathématiques qu'elle utilisera souvent et à bon escient dans les définitions, que par le déroulement temporel de la démonstration. Ceci est confirmé par un début de séance où EL veut continuer un livre sur une époque « Avant la télé » qu'elle a commencé avec ED. Elle n'arrive pas à expliquer de quoi parlait le livre, bafouille et dit finalement : « ça parlait de….du ….futur, je crois ». C'est le mot employé comme mot générique par Elodie pour ce qui touche le temps. Cette difficulté à signifier les relations de temps va se retrouver dans son incapacité à répéter le déroulement de la démonstration.

- [E/ 0704/ l.146**]** *on fait 12 et on renverse*

Elodie se repère à des mouvements, à des références géographiques,à des gestes visibles dans l'espace ; mais elle ne traduit pas ces opérations extéro-perceptives par des relations numériques. Voulait-elle dire « inverse » ? La psychopédagogue ne creuse pas ce terme qui masquait peut-être une intuition de ce qui était en train de se faire entre les opérations, mais qu'Elodie ne peut pas exprimer.

- [E/1404/ l.73 à l.75*] les angles opposés, ………ils sont de même longueur*

Le manque de précision des termes ne doit pas masquer qu'Elodie a bien voulu exprimer la mesure des angles et non des côtés, malgré la faute de vocabulaire. C'est une première amorce d'une appropriation du savoir sous forme de connaissance personnelle.

- [M/3103/ l.189] *et ça se peut qu'il a plusieurs noms* ?

Cette phrase est intéressante, parce qu'elle amène à plusieurs réflexions :

-c'est une manière maladroite (et la psychopédagogue l'a bien compris) de s'interroger sur la multiplicité des rayons dans un cercle, sans pouvoir la formuler correctement. En classe, cette remarque aurait pu être travaillé par un enseignant attentif aux erreurs. Medhi s'interroge sur le fait que plusieurs segments différents vont pouvoir s'appeler « rayon » ; ce qui montre son questionnement constant des choses qu'on lui présente. C'est une démarche fructueuse en mathématiques et cela est signe de son engagement face aux objets enseignés (au moins pendant les séances de psychopédagogie).

-mais d'autre part, Medhi a un malaise face aux dénominations mathématiques, qu'il soupçonne toujours de vouloir dire autre chose ou plus de chose qu'il n'en comprend. Cette multiplicité d'objets pour un seul nom le dérange. Au contraire d'Elodie, il préfère une relation bijective exclusive entre les mots et les objets. Sa remarque signifie en effet un effort de la part de Medhi de rassembler plusieurs représentations discordantes en une seule.

Commentaire :

L'absence de vocabulaire et de précision lexicale est incompatible avec une expression mathématique. Cependant, il faut distinguer les formulations apparemment fausses, parce qu'imprécises, mais recouvrant des représentations en élaboration, des formulations riches lexicalement, mais ne recouvrant qu'un vide de représentations. La richesse lexicale n'équivaut pas toujours à une justesse de représentations.

Le déficit le plus grave et le plus handicapant par rapport à la pensée mathématique est celui de l'absence de signifiants qui découlent d'un manque de concepts élaborés, de référentiel construit. Ce manque peut provenir de processus cognitifs non construits ou de blocages psychologiques face à certaines notions trop chargées de sens personnel. (le temps d'Elodie)

Le support de la pensée par les paroles de l'adulte aidera alors à voir une démarche, mais pas à s'approprier la pensée de la démarche ; la déficience langagière d'Elodie a des racines profondes dans son fonctionnement cognitif et affectif qui la gêne en mathématique. Elle préfère d'ailleurs la géométrie, car le support des figures lui permet parfois d'élaborer des représentations des relations entre objets qu'elle ne peut pas toujours exprimer en mots.

a) Les erreurs provenant de difficultés mathématiques

Elles révèlent un fonctionnement cognitif, parfois caractéristique de l'enfant, parfois inhérent aux difficultés de la pensée mathématique.

3) <u>L'absence ou la difficulté de représentation d'une notion mathématique</u>

- [M/extraits/ l.112] *j'sais plus, diamètre, non, c'est pas ça ; diagramme, dicentimètre* ?

Dans la liste des mots proposés par Medhi lors de la recherche du mot décimètre, on voit comme les mots sont stockés suivant leur ressemblance phonétique et non pas d'après leur sens : diamètre, diagramme, dicentimètre. Dans le dernier, il fait un néologisme intéressant qui montre la prégnance du centimètre si fréquemment utilisé dans les mesures « sur table »; cependant, il a commencé à conceptualiser ce qu'il cherche : des dizaines de …quelque chose. La priorité de ce travail sur table, plus facile à gérer en classe, peut gêner la compréhension des unités de mesure plus grandes.

- [E/0704/ l.22] *L'aire d'un parallélogramme est égale au produit de la longueur d'un côté par la longueur relative à ce côté*

Elodie remplace dans la définition le terme « hauteur » par « longueur ».Elle a pourtant défini dans son cahier ce qu'est la hauteur de parallélogramme. Cela montre qu'elle ne fait pas de lien entre ce qui est écrit dans une définition et ce qu'elle apprend par ailleurs ; la définition est un tout fermé qui ne s'interroge pas partie par partie. Cela est signe de sa non-appropriation du cours ; elle n'est pas sujet de son apprentissage.

- [E/1404/l.81]*180°, supplémentaires.*

Il s'agit d'un des mots-stimuli d'Elodie : quand elle dit « supplémentaire » ou « complémentaire », automatiquement et sans mots de connexion (égalité ou causalité) sont exprimées les valeurs : 90° et 180°. Mais elle ne peut travailler avec cette notion, malgré tout. Elle ne fait pas la traduction que lui propose la psychopédagogue : *2 angles sont supplémentaires si leur somme est égale à 180 degrés.* Elle utilise au hasard les deux nombres qu'elle a déjà à sa disposition : 45 et 180. Quand le problème est représenté par le codage mathématique, elle sait le résoudre. Mais elle ne pouvait le mettre en forme seule, ne voyant pas les liaisons qui découlent de la complémentarité ou supplémentarité.

➢ [E/2104/ l.8) *on commence aussi le quadrilatère*

On voit bien que Elodie n'établit pas de relations entre les objets géométriques par l'utilisation de ce petit article **le**, à la place de **les** : elle ne se représente pas l'ensemble des quadrilatères.

➢ [E/1703/ l..60àl.63] *Colle bien à la définition et montre-moi son centre de symétrie /Elodie : vers-là.*

Elodie va avoir beaucoup de difficultés à assimiler cette définition qui ne représente rien pour elle. Dès le départ, elle signifie par ce « vers là » qu'elle n'a pas compris qu'on devait construire un point. A-t-elle d'ailleurs une représentation de ce mot comme « point » : elle dira plus loin : « centre symétrie » en omettant le « de »**.** Que représente donc pour elle ce centre ?

➢ [E/1404/ l 14 à l.17)*ED : c'est le centre de symétrie…qui se trouve où ?/Elodie : au milieu*

(l 45*)ED : le parallélogramme, il a… /Elodie : un milieu*

Elodie montre toujours une grosse résistance au centre de symétrie : elle voudrait remplacer le mot « centre » par le mot « milieu » . Cette erreur est très intéressante. Elle montre qu'Elodie a compris quelque chose sur ce point : il est au milieu de quelque chose. Mais personne ne lui explique pourquoi on emploie deux mots différents, il va devenir prioritaire dans la représentation d'Elodie.

Pourquoi ce point « milieu » est-il appelé « centre » ? La confusion entre ces mots d'Elodie montre qu'il ne s'agit pas d'un problème de mémorisation, mais que le mot « centre », appliqué habituellement pour un cercle, fait obstacle parce qu'il ne recouvre aucune notion dans ce cas- là et que le mot milieu, mot polysémique et très employé, est devenu prioritaire. (De plus les diagonales se coupent en leur milieu !)

➢ [E/3103/l.17 à l.19] *ED : je t'écoute, 1ère propriété(du parallélogramme)/ Elodie : le même milieu.*

Nous retrouvons l'angoisse d'Elodie face au centre de symétrie. Y-a-t-il trop de mots incompris : symétrie, intersection, diagonales…La psychopédagogue propose : qui dit symétrie, dit égalité ; est-ce une évidence pour Elodie ? Ne peut-elle se représenter un point non tracé ? Ou ce centre de symétrie génère-t-il une angoisse d'origine psychologique qui n'est pas exploitée dans le cadre de cette consultation, mais bloque la compréhension d'Elodie.

- [M/0704/ l.210]*hein !!! comment ça se peut ? parce que j'ai fait plus et là toi, tu fais moins*

Medhi montre comment les liens se font pour lui entre les termes et les opérations : les opérations fonctionnent pour elles-même, comme si elles ne concernaient pas des nombres, des quantités. Pourtant, quand Medhi manie les chiffres, il voit bien ce qui manque de l'un à l'autre, les relations d'ordre, les relations qui les font varier dans un sens ou dans un autre, car il maîtrise bien la numération. Mais il ne connaît pas la relation entre l'addition et la soustraction.

Commentaire :

Cette analyse commence à faire apparaître des récurrences dans le raisonnement des deux enfants. Elodie s'accroche à des mots sans lien, qui lui servent de repères et occasionnent certains automatismes qui la protégent d'une trop grande implication, mais masquent parfois un début de représentation de ce qui se passe. Elle manque par ailleurs de vocabulaire pour expliquer les questions qu'elle pourrait se poser. Medhi, lui, s'appuie sur les mots et les classe en listes qui le rassurent et le pose comme possesseur de savoirs ; il peut cependant parfois se permettre de se poser des questions : grâce à son âge, il a moins d'inhibition ; grâce à sa mise en confiance pendant les séances, il s'autorise à douter et à prendre en charge une certaine interrogation sur ce qui se joue.

4) Les obstacles épistémologiques

a)*le sens de la définition* :

- [E/1703/l.5] *oh, j'les sais un peu (les propriétés)*

Quelle notion de la définition des propriétés sous-tend cette remarque ? En langage mathématique, on ne peut pas savoir **à peu près** une définition ; chaque mot compte, a une place bien définie et un enchaînement logique particulier organise la relation entre les mots qui exprime la pensée mathématique de l'objet. EL ne donne pas ce statut à la définition.

- [E/1703 l.12 à l.19] *ED :Est-ce que tu peux me dire ce qu'est un quadrilatère ?Elodie : Ben, c'est ça…*

Elodie sait ce qu'est un quadrilatère ; mais elle ne saisit pas la démarche en œuvre dans la définition. C'est une notion très complexe et de nombreux élèves ne peuvent définir ce qui fait une définition, jusqu'au lycée Le manque de mise en situation permettant aux élèves de créer eux-même des définitions ne les aide pas à se construire des représentations, ni de théorèmes-en-acte.

Elle ne peut tirer les caractéristiques principales de la figure qu'elle connaît. Elodie montre, dessine l'objet, puis le nomme, mais ne trouve pas de mots pour définir. Quand la définition n'est pas sue par cœur, elle ne peut être créée par l'élève, elle ne peut être que retrouvée. Est-ce que définir, c'est dire avec des mots ? C'est plutôt dire de telle façon qu'on ne peut que retracer cette figure ; c'est retrouver « les propriétés caractéristiques d'un objet qui font sans elles l'objet ne serait plus ce qu'il est (Grize, JB, 1994). ED cherche à lui faire trouver l'essence du quadrilatère par la vision d'objets semblables d'où elle tirerait ce qu'il y a en commun, ce que fait la définition; EL ne « voit » pas : elle sait seulement reconnaître les quadrilatères.

➢ [E/1703/ l.24 à l.28] *ED : une indication : on regarde le mot : quadri-latère. Qu'est-ce qu'on entend, qu'est-ce qu'on voit ?*

ED lui fait retrouver à partir du nom de la figure : support mnémotechnique qui permet de rappeler ce qui donne le sens de cette figure à partir du QUATRE/ QUADRI. C'est un rappel qui se voit à l'écrit, mais pas à l'oral. Ce genre d'argumentation qui paraît si évident à l'adulte ne l'est pas obligatoirement pour l'élève : quel rapport y-a t-il entre quadri et quatre, qui ne se prononcent pas de la même façon ? On re-connaît quelque chose quand il y a déjà du connu. Heureusement, ED a sollicité la ressemblance visuelle des deux mots, qui est un peu plus flagrante. Elodie trouve le rapport entre Quatre et Quadri-, mais avait-elle compris que cela s'appliquait aux côtés ? Ces deux réponses consistent en un mot : *quatre,* ce qui ne lui fait pas s'approprier la définition elle-même. En effet, Elodie maîtrise bien la notion de côté, elle va les nommer tous correctement ; mais comprend- t-elle celle de figure et se représente-t-elle des relations entre les côtés ?

➢ [E/1703/ l.40 à l.45] *Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés sont parallèles deux à deux.*

Qu'Elodie oublie le mot « opposés » montre qu'elle ne se représente pas visuellement ce qu'elle dit et ne relie pas la définition à la représentation d'un objet géométrique différent. Elodie comprend mieux l'importance de chaque mot quand est mis en avant ce qui se passerait si on ne mettait pas ce mot, en faisant référence à la figure. Dans ce cas de géométrie, cela est rendu plus simple par la représentation immédiate des figures. Ce n'est pas toujours possible en algèbre.

<u>b)la prégnance des représentations précédentes :</u>

➢ [M/extraits/l19 à l.22 ; l.40 à l.44] *ED : est-ce que tu peux me dire, Medhi, le nom du chiffre qui est après la virgule ?/Medhi :je me souviens plus*

Medhi a aussi un mot résistant : c'est dixième. Pendant plusieurs séances, ED va lui faire retrouver, mais il a toujours besoin d'un support pour le dire. On a là un obstacle épistémologique : **dizaine,** concept appris depuis le CP, ne veut pas laisser la place à **dixième**. On aura le même phénomène pour **décamètre** où là, c'est le mot **décimètre** qui est devenu le plus familier et obture la venue du décamètre.

- [M/3103/l.197] *Mais le A, tu le comptes pas***… ?**

Medhi emploie souvent un vocabulaire de l'arithmétique. Y.Chevallard, a fait cette constatation dans des séquences de leçon en algèbre en 4ème : il remarque une prégnance de la mentalité arithmétique chez les élèves. C. Laborde attribue également la résistance à l'utilisation de codages dans son expérimentation à une résurgence arithmétique. Medhi plus à l'aise avec les nombres privilégie souvent ces références.

- [M/1305/ l.97 à l.99] *Sa dimension, c'est son résultat ?*

On retrouve un exemple de ce phénomène. Medhi a besoin de transformer en vocabulaire arithmétique pour se représenter la notion nouvelle. La psychopédagogue ramène au mot « mesure », que Medhi veut bien intégrer dans sa représentation.

c) le questionnement des termes

- [M/2104/ l.94] *Est-ce que ça se peut que ça se transforme en kilogrammes* ?

Medhi montre toute l'ambiguïté de certains mots mathématiques : il interroge le mot « transformer ». Le changement d'unités transforme-t-il les objets ? Est-ce qu'on parle de la même chose ? Est- ce que les objets mathématiques se transforment tout seuls ? Medhi montre que les mots contiennent des questions mathématiques non résolues pour lui.

Commentaires :

Elodie va avoir beaucoup de difficultés avec les définitions qu'elle se pose en but de maîtriser. L'obstacle épistémologique que constitue le passage par des définitions lui est pour l'instant insurmontable. Nous en analyserons des raisons possibles par la suite : le rôle de la formulation mathématique par elle-même et le rapport au savoir d'Elodie ensuite.

Medhi va plus avoir besoin de s'appuyer sur ce qu'il maîtrise mieux : la numération pour appréhender les notions nouvelles. Cependant, ces références lui permettent petit à petit à intégrer de nouvelles représentations.

a) Les erreurs renforcées ou provoquées par la formulation mathématique

1) <u>.formulations du manuel :</u>

- [E/extraits/ l.44] *Question de l'exercice du livre de mathématiques : Qu'est-ce qu'on peut voir pour l'angle ABC ?*

Elodie ne « voit » rien à part la figure. En fait, on ne demande pas à Elodie de voir, mais de donner les caractéristiques de l'angle cité et ses relations avec les autres angles de la figure.

C'est le problème des consignes implicites, des mots courants utilisés avec un sens différent dans les énoncés, qui loin d'aider les élèves par leur familiarité masque trop d'implicites qu'un élève en difficulté ne sait pas décoder.

- [E/2104/l25 à l.39]*Faire cette figure et tracer de couleurs différentes les quadrilatères de sommets A B C et D*

Le manuel pose un piège linguistique **:** les quadrilatères à trouver

Or il n'y avait pas plusieurs quadrilatères possibles et cet artifice ressemble fort à un piège ou à une subtilité mathématique qui échappe à tous (même au professeur qui n'utilise pas cette possibilité). De plus, le « les » dans cet exercice équivalent à plusieurs figures localement construites, n'a pas le même sens que le « les » que la psychopédagogue vient d'utiliser qui signifie : l'ensemble des figures que l'on peut appeler quadrilatères.

- [E/2104/l.175] *(le manuel) : quel **résultat** énoncé en cours permet de donner la nature du quadrilatère ABCD ?*

Or dans le cours sur le cahier, on parle toujours de **propriété** pour la formule à utiliser pour résoudre la démonstration. Toute seule, Elodie n'aurait pu faire le glissement d'un terme à l'autre.

2) <u>formulation de problèmes</u>

- [M/0704/ l.10] *j'crois que c'était 80 et après, il y a écrit 6,6m40*

Cette séance montre la difficulté de la représentation d'un problème : la formulation à haute voix de Medhi l'aide à commencer à élaborer une représentation ; cependant l'exposition du problème reste confuse : en effet Medhi n'ayant pas vu les relations mathématiques en jeu à l'intérieur du problème, il ne peut restituer ce problème. Il privilégie les relations géographiques aux relations mathématiques dans sa présentation : « il y a écrit », « et après, ils disent »

➢ [M/0704/ l.36*] ED : les trois sauts faisaient 16m80 en tout ?*

La psychopédagogue introduit le mot fondamental de la représentation : en tout. Malgré ça, Medhi ne se construit toujours pas une représentation de ce qui se passe : il pense qu'il lui manque une donnée (ben la prochaine fois, j'emmènerai…) Il ne voit pas la situation.

La formulation du problème ne posait aucun problème de vocabulaire à Medhi ; il ne peut reformuler simplement son énoncé, car reproduire l'énoncé est déjà se représenter de quoi on parle. Dans la séance du 21/04, il reformule plus facilement un problème qu'il a su résoudre.

3) <u>formulation des définitions</u>

1ère définition : Un parallélogramme a un centre de symétrie,c'est le point d'intersection de ses diagonales.

➢ [E/1703/l.80 à l.81] *Le centre de symétrie, c'est un point…*

Par ce petit article que la psychopédagogue relève aussitôt, on comprend qu'Elodie a compris en gros qu'il y avait un centre de la figure ; mais elle ne se réfère pas du tout à la propriété. Elle ne prend pas en compte tous les mots : elle n'a analysé que la première partie de la phrase. Son erreur est peut-être due au fait qu'elle ne relie pas les deux membres de la phrase qui n'ont pas de connecteurs logiques apparents : l'élève doit relier les deux parties en comprenant que la deuxième moitié est la définition de la première moitié, sans mot-connecteur logique.

➢ [E/1703/l.93 à l.94] ED : *La définition, on la reconnaît, dite d'une autre façon, mais regarde comme on la retrouve bien notre définition (dans le livre) / Elodie : je préfère celle-là*

Elodie préfère la définition suivante : *Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.* Dans cette formulation, les connecteurs logiques sont visibles : si…alors ; les relations sont expliquées en terme d'action : « se coupent » termes qui sont plus spontanément employés par les élèves pour décrire une figure, comme le montre l'expérimentation de C. Laborde (14)

➢ [E/0704/l.4 à l.7] *La propriété des diagonales et sa réciproque*

Elodie a retenu les définitions telles qu'elle les préférait ; c'est à dire de façon active, avec le verbe « se coupent » et les connecteurs logiques apparents : « si…alors ». Par contre, disparaît totalement l'objet « centre de symétrie », dont on ne sait pas s'il est reconnu comme un point.

2$^{\text{ème}}$ définition : deux angles sont complémentaires quand la somme de leurs mesures est égale à 90°

- [E/extraits/ l.11 à l.24]

Si on analyse cette définition par elle-même, on remarque qu'elle contient beaucoup de substantifs mathématiques : angles / somme / mesure. Elle est composée de deux parties presque symétriques : Nom/verbe être/adjectif//Groupe nominal/verbe être/groupe adjectival, reliées par le mot de liaison «quand » (qui veut dire ici « si »).

Pour les angles complémentaires, on a une notion qui résiste à Elodie : d'ailleurs c'est le mot-clé de la définition qu'elle a oublié. On a un condensé de toutes les erreurs possibles dans une définition. Elodie oublie : des subtantifs-clés ; des mots de liaison indispensables ; des accords syntaxiques qu'elle sait portant utiliser dans le langage courant. On voit que le groupe nominal : « la somme des mesures » pose problème sur plusieurs séances ; cet assemblage de termes ne lui est pas familier et ne signifie rien pour elle : elle n'arrive pas à le retenir. D'ailleurs, dans l'exercice précédent sur les angles, elle n'a pas réussi à voir ce que signifie cette liaison : somme et mesures, elle ne comprend pas qu'il y a deux mesures qui vont ensemble faire 90°. Elle ne pourra donc résoudre l'exercice.

En contrôle :

- [E/1205/l.21] *(propriété des angles consécutifs du parallélogramme) : deux angles consécutifs, dans un parallélogramme, les segments des côtés opposés ont même milieu.*

Elodie a tout mélangé ; paniquée, elle utilise un mot-repère : « milieu ». Analysant ce qui l'a gênée,elle parle de la formulation des questions. Il lui manquait le mot « mesure » qui aurait pu déclencher la réponse 180°. On retrouve le fonctionnement en automatisme de supplémentaires :180°. La question « que peut-on dire » n'entraîne rien.

- [E/1205/ l.48 à l.54] *ED : il y a une dimension dont on a besoin pour calculer son aire / Elodie : ah oui, y a là…*

Elodie connaît les définitions par cœur, mais elle ne peut séparer un mot de la phrase. Elle apprend comme une poésie, par cœur, mais les textes ne lui donnent aucune information.

Quand elle parle de questions « plus expliquées », elle parle de questions où elle n'aurait qu'à replacer les mots à la bonne place ; mais construites selon le même schéma que les définitions du cours, car elle est incapable de décomposer la définition, n'ayant pas compris les relations entre les objets géométriques.

Commentaire

On a un exemple précis des problèmes inhérents à la formulation mathématique, qu'ont analysés C. Laborde (14) et Tomassone et LeGall (15). Les spécificités du langage naturel utilisé en mathématique engendrent des difficultés de compréhension. Les phrases sont souvent complexes, longues et à forte densité d'information. Les exigences d'absence d'ambiguïté obligent à la construction de longs syntagmes nominaux avec enchaînement de compléments de noms. Ce sont les procédés syntaxiques « qui jouent les places respectives des termes les uns par rapport aux autres pour établir des relations complexes de déterminations » (Darot, cité par C. Laborde). Ainsi la part d'implicite de la formulation est trop importante dans la définition du centre de symétrie pour que les élèves abordent facilement cette phrase comme la désignation de l'objet : centre de symétrie. Les élèves en difficulté accumulent ce genre de malentendus et ne savent même pas ce qu'ils ne comprennent pas.

On rejoint également les analyses des procédés de définition en classe de sciences de Evrard& co (10). « La définition est composée d'une proposition dont le premier membre est le terme à définir, le second étant composé de termes connus qui permettent de déterminer les caractères du premier. »(Petit Robert). L'activité définitoire appartient à une catégorie plus générale : celle de la reformulation. Elle implique la nécessaire adaptation du niveau langagier du locuteur à celui supposé des destinataires,ce qui semble être évident aux enseignants, et dépend donc de la représentation que les enseignants se font de l'espace référentiel de leurs élèves, ce qui l'est moins. Or en analysant des corpus de cours, ils se posent la question de l'influence de la manière de définir de l'enseignant sur la façon de définir de l'élève et le questionnement de profils langagiers d'enseignants qui favorisent ou pas la conceptualisation. Ils remarquent également les rares situations dans lesquelles les élèves doivent forger eux-mêmes des définitions et s'inquiètent de la possibilité pour eux d'accéder alors à une méta-cognition, indispensable pour parvenir à une compréhension du sens de définir.

4) <u>Analyse du cahier de cours d'Elodie</u>

C'est un cahier de cours de géométrie, sans exercices. On y trouve :

-des définitions d'objets géométriques

-des définitions de propriétés et leur réciproque

-des figures-types

-des exemples

-des commentaires de figures

-une démonstration (appelée exercice)

-une mise en garde sur une erreur fréquente (appelée remarque)

-un tableau

-des dénominations d'objets géométriques dans une écriture symbolique

-des extractions d'informations des définitions

Ce cours sert essentiellement à mettre en avant des désignations d'objets mathématiques, telles que les a définies C. Laborde. Plusieurs formes de langage sont utilisées :

-des définitions à portée universelle en langage naturel, intégrant très peu d'écriture symbolique

-des exemples typiques sous formes de figures dessinées

-des écritures symboliques : xôy + yôx=180°

-des mélanges d'écritures symboliques et de langage naturel : O milieu de [AC]

-des codages : // ; = ;L ;)…etc.

Nous nous intéresserons essentiellement aux formulations en langage naturel.

a) Analyse des désignations

Nous prenons ce terme dans le sens utilisé par C. Laborde du mode le plus fréquent dans l'enseignement des mathématiques. En effet, un des objectifs de cet enseignement est de définir des objets mathématiques et leurs relations. Le mode de désignation peut avoir plusieurs formes : définition en langage naturel, exemples typiques, écriture symbolique… Elle peut être explicite, c'est-à-dire annoncée par des avertisseurs linguistiques comme « se note », « se nomme » ; mais elle est souvent implicite et le décryptage de la nature des formulations est souvent à charge des élèves.

Nous allons commencer par examiner les titres utilisés pour annoncer les désignations. Les quatre chapitres analysés comportent : 14 définitions et 10 propriétés (2 réciproques). Le numéro des définitions renvoie à l'annexe 3.

Titres utilisés pour annoncer les définitions :

définition	3
vocabulaire	6
propriété	4

Autres titres de désignations :

-propriétés

-réciproques

-données

-conclusions

-exercice

-exemple

-comment reconnaître… ?

Dans un souci d'objectivité maximale, l'enseignant n'utilise que des noms, sous forme de titres. Aucun verbe ne les accompagne ; aucun pronom ne les introduit. Il n'y a pas de sujet.

L'enseignant est parfois obligé d'introduire un élève fictif pour prévenir des erreurs ; il le fait sous la forme d'infinitifs : « pour calculer », « prouver » et d'un indéfini. : « .., on doit exprimer ». On sent un souci d'éliminer le plus possible un sujet qui pourrait être de par sa définition, subjectif. Cette particularité du discours scientifique a été mise en valeur par Bronckart (1992, 4) : « L'enseignant en tant que personne est absent … ; c'est le texte qui parle à l'apprenant ». Il rajoute plus loin : « le but de la situation semble plutôt être la présentation aussi systématisée que possible d'un savoir organisé essentiellement selon une logique qui lui est inhérente et non en s'adaptant à l'activité souvent complexe et contradictoire de l'apprenant. »

b) *Analyse des définitions :*

Nous allons ensuite analyser le type de formulation employée par l'enseignant dans ce cahier de définitions, et en particulier au niveau des verbes les plus fréquents. En effet cette formulation va proposer une représentation des objets mathématiques, pouvant découler de ce que l'enseignant a comme rapport aux contenus mathématiques enseignés. Cette représentation va imprimer sa marque sur les élèves et influer sur leurs propres représentations du savoir en géométrie.

- ***Les verbes :***

Verbes relevés dans les définitions

sont	20
est	42
ont	7
a	8
coupe	2
mesure	1
dit (on)	2

On trouve sur 91 verbes.

-62 fois le verbe « être »

-15 fois le verbe « avoir »

-2 fois le verbe « dire »

-3 fois un verbe d'action « coupe » et « mesure »

Verbes relevés dans les titres et remarque :

calculer	1
exprimer	1
reconnaître	4

Verbes relevés dans l'exercice/démonstration :

prouver	1
passe	1
ont	2
est	4
sont	3

A nouveau, dans ces deux types de formules, on retrouve la prédominance du verbe « être » : 7 fois sur 17 verbes.

Les objets mathématiques sont présentés comme des entités éternelles, ontologiques dans lesquelles l'humain a peu de part de construction. Deux verbes sur 91 suggèrent l'action humaine dans les définitions : « mesure » et une relation entre les objets : « coupe ».

Peu de verbes suggèrent la présence d'un sujet agissant : calculer, exprimer, prouver.

Le verbe « reconnaître » fait intervenir un sujet, mais dans une relation passive à l'objet mathématique, de reconnaissance d'un être préexistant.

- ***La nomalisation***

	noms	**adjectifs**	**verbes**	**nombres/écriture symbolique**
Définition 1	3	2	2	2
Définition 2	3	2	2	2

Définition 3	4	3	4	1
Définition 4	4	2	3	1
Définition 5	4	1	1	5
Définition 6	4	1	1	5
Définition 7	3	2	2	2
Définition 8	6	0	2	
Définition 9	5	3	1	4
Définition 10	3	1	2	
Définition 11	4	2	2	
Définition 12	4	0	2	
Définition 13	11	6	5	2
Total	**58**	**25**	**29**	**24**

On trouve une des caractéristiques du discours mathématique relevée par de nombreux auteurs : la prédominance de l'emploi des noms sur les verbes.(Laborde,14). Le même auteur a mis en valeur également que les élèves, quand ils avaient le choix de la formulation, utilisaient beaucoup plus de verbes et de vocabulaire impliquant l'action faite sur les objets mathématiques. On a là une contradiction qui va gêner certains enfants dans la mise en relation entre la construction de l'objet géométrique et son essence.

➢ ***La syntaxe***

La logique employée dans les formulations mathématiques est différente de la logique naturelle. Il existe une syntaxe particulière dans laquelle les relations logiques entre les termes de la phrase ne sont pas toujours explicitées. Examinons maintenant les connecteurs logiques employés dans le texte des définitions.

Définition 1	quand
Définition 2	quand
Définition 3	quand
Définition 4	quand
Définition 5	0
Définition 6	0
Définition 7	dont
Définition 8	0
Définition 9	0
Définition 10	Si…alors
Définition 11	Si…alors
Définition 12	Si…alors
Définition 13	Qui a

Nous avons :

-4 définitions **sans** connecteurs logiques entre les différentes propositions

-2 définitions aux connecteurs **flous** : dont, qui a

-3 définitions avec connecteurs logiques explicites : si…alors ; mais ces définitions étant présentées comme des propriétés, les connecteurs employés sont de l'ordre de la logique formelle.

-4 définitions avec des connecteurs logiques de temps : **quand**

Commentaire de l'analyse du cahier

Une possibilité d'approcher la conceptualisation d'un locuteur est d'analyser les procédures de définition qu'il emploie (Riegel et Barth). Les procédés de désignation semblent variés et proposent différentes approches pour aider les élèves. Cependant, bien que le cahier de cours soit par définition celui où on désigne les objets dont on parle, les désignations ne sont pas clairement annoncées. Comme le soulignait C. Laborde, l'usage du langage naturel ne gomme pas les implicites. Or, ils sont nombreux dans ces formulations.

Alors que l'écriture symbolique a une fonction de repérage de l'objet dans l'ensemble où il existe par son mode de traduction des relations existantes, le langage naturel ne signifie pas obligatoirement ce repérage et peut être lisible, sans être explicite. La logique particulière du discours mathématique permet d'écrire des phrases où l'absence de connecteurs logiques est fréquente et cette faible énonciation entraîne un faible marquage des systèmes de références, ce qui va nuire à la lecture des élèves.

Le côté dynamique et de relations entre les objets mathématiques est totalement gommé par le vocabulaire de l'ontologie. L'emploi du verbe « être » en permanence suggère des êtres géométriques immanents, sans expliciter leur construction, leur historique.

Le sujet est absent des opérations mathématiques. Il regarde ou tourne autour des objets qu'il doit comprendre, c'est-à-dire définir et non utiliser. Le maître–mot semble être : « reconnaître » les objets géométriques : dans quel but ? La prédominance des nomalisations renforce cet aspect statique et implicite : c'est la place respective des termes, souvent chaîne de syntagmes et compléments nominaux, qui sert à établir les relations complexes de détermination.

Cette prédominance de la formulation sans sujet et sans termes d'action est mise en cause par :

-l'histoire du discours mathématique

-la philosophie mathématique qui pointe la réification des relations

-par l'expérimentation de C.Laborde qui montre la préférence des élèves pour des formulations plus actives.

c) Analyse des erreurs d'Elodie dans son cahier

Elodie tient son cahier avec soin : couleurs, titres soulignés, phrases recopiées en entier ; figures soignées. Quand la psychopédagogue lui fait remarquer une erreur, elle la corrige, même seule chez elle. Les erreurs qu'elle y fait sont intéressantes, car comme le fait remarquer Astolfi, l'erreur est avant tout « indicateur et analyseur des processus intellectuels en jeu », signe du fonctionnement cognitif. En analysant les fautes d'Elodie en d'autres termes que fautes d'inattention, on peut remarquer des récurrences qui vont faire écho avec l'analyse de son travail en séance psychopédagogique.

Elle fait ;

- -des fautes d'orthographe qui changent le sens des phrases :

  -si un quadrilatère **à** ses côtés opposés (à pour a)

  -au côté**s** [AB]-

  -ses diagonales qui se **coupe (coupe** pour coupent)

  -deux angles…**on** même mesure (on pour ont)

  -sont **opposé** (sans s) ; or elle n'arrivera pas à faire leur somme

Dans d'autres phrases, ces fautes n'existent pas. Ici, les **a** et **ont** n'ont pas le sens du verbe avoir. Ses fautes n'aident pas Elodie à repérer les rapports entre les mots de la phrase et par conséquent entre les objets décrits.

- des oublis de mots ou mot pour un autre :

  -oublie « sont » dans deux angles (sont) adjacents

  -« longueur » pour « hauteur »

  -angles « alterne-interne » pour angle correspondant (rectifié ensuite)

- des figures fausses

  -mauvaise base du cube

  -angles alterne-interne pas bien positionnés

Commentaire :

On retrouve donc des erreurs fréquentes des élèves lors de la prise de cours. Comme le montre l'analyse de l'équipe de professeurs de l'IUFM de Créteil dans leurs recherches-actions (Baudart…, 3) « les élèves voient les leçons comme des écrits figés, parfaits, ne pouvant être changés ». Même si c'est eux qui se sont trompés dans la recopie du cours, ils sont incapables de retrouver seuls les erreurs, le cours ne leur servant pas à comprendre, mais à apprendre pour les contrôles (où ils auront des fautes sans comprendre pourquoi). Le professeur utilisera la mention : « Relis-toi, cette phrase ne veut rien dire », le problème étant que la phrase « juste » ne veut rien dire non plus pour lui. On touche là le problème de l'utilité du cours du point de vue des élèves que nous n'approfondirons pas ici.

5) <u>formulation de la psychopédagogue :</u>

1. La psychopédagogue va utiliser deux types de méthodes pour diversifier sa formulation :

➢ l'utilisation du sens en langage courant et l'étymologie des mots :

[M/extraits/l.15 à l.17] *ED : …une autre partie qui n'est pas découpée, la partie…/Medhi : entière*

ED s'appuie sur le langage courant pour faire comprendre la notion de « partie entière » en l'opposant à la partie « découpée »-décimale. Cette approche, même si elle aide à bien reconnaître les 2 parties du nombre et part de la construction du nombre décimal, favorise chez les enfants la fausse conception de deux parties indépendantes l'une de l'autre, comme on le verra dans un exercice prochain de Medhi.

ED essaie de s'appuyer sur le langage courant pour faire comprendre à Elodie la notion d'angles complémentaires ; elle explique la notion d'angles alternes /internes : en rappelant le vocabulaire courant : alterner, alternance. Mais nous avons vu que ces rappels se heurtent à la méconnaissance de ce vocabulaire chez Elodie

➢ Parallèlement, elle s'appuie sur les figures, théâtralise par des gestes, des mots forts : « attaque », bruite la sécante (clac). Elle utilise parfois des onomatopées pour rattacher une opération à une image visuelle ou auditive. Quand les mots semblent d'un niveau de langage trop élaboré, ED va utiliser d'autres éléments de représentation symbolique, en s'appuyant sur le corps et la gestuelle. Elodie retiendra plus facilement les notions qui s'appuient sur ces signes et les utilisera assez facilement dans des exercices d'application.

➢ [E/3103/l.103 à l.110] *et pourquoi on met un trait, …ça peut faire le « un »*

Du danger de vouloir expliquer par des images ! Si les deux zéros représentent les zéros de 100,dans « % » le trait représente le 1 ! Elodie s'arrête à l'objet statique, qui ne l'aide pas à voir la notion de rapport ; elle ne construit pas les relations entre les objets mathématiques, ni algébriques, ni géométriques.

2. Le champ lexical employé dans les désignations :

➢ *[E/0704] tu as fait ; l'écrire ; multiplié ; tu tricotes ; modifier ; changer*

La psychopédagogue utilise énormément de verbes au contraire du cours du cahier d'Elodie et d'Elodie elle-même C'est elle qui est active et elle essaie de montrer à Elodie ce qu'est l'activité en mathématique, c'est à dire des actions à effectuer sur les nombres ou les figures ; mais Elodie est particulièrement bloquée avec les nombres et il faudrait monter des situations où elle puisse être active face au savoir.

➢ [E/2104/ l 168 à l 173] *L'explication de « démontrer »*

Il est intéressant de noter le nombre de verbes d'actions cités : savoir, retrouver, se servir de, repérer, on me donne, on me demande.

➢ [M/3103] *des désignations d'éléments du cercle*

-on va le dire ce que c'est un rayon
-cette figure, elle s'appelle
-là tu le vois sous ces deux formes

➢ [M/1305] *Vocabulaire de désignation de la psychopédagogue /*

-vont nous aider à calculer
-quel est son nom ?
-c'est un cône
-définir
-il y a ; il a
-on va te donner
-tu vas pouvoir calculer
-elle est exprimée en…

Commentaire :

Le vocabulaire très varié qui est employé situe souvent le champ et la portée de la désignation, déterminant sa portée locale ou universelle, situant ce qui est dit dans un univers de références, plutôt explicites.

Le caractère actif et explicite des formulations est très différent des formulations du cahier d'Elodie ; nous ne savons rien des formulations transmises à Medhi. Ceci n'est qu'un survol rapide des formulations utilisées, notre propos n'étant pas l'analyse des interactions entre les interventions de la psychopédagogue et la compréhension des enfants, mais surtout la mise en valeur d'une autre manière d'introduire des désignations. Certes, ces formulations sont peut-être plus de l'ordre de l'oral ; cependant, elles concernent dans le cas d'Elodie, des reformulations des définitions et propriétés écrites dans le cahier analysé au chapitre précédent.

B. Les erreurs dues à la difficulté de secondariser

Nous nous attachons ici aux erreurs apparentes de formulation, sous formes de répétitions, phrases mal tournées, formulations hésitantes que nous analysons comme des exemples de difficultés à secondariser.

➢ *[M/extraits/ l.1 à l.10] Medhi essaie de décrire une leçon de mathématique.*

Comme pendant la leçon les élèves ont utilisé des représentations graphiques, Medhi n'utilise que des termes de description graphiques : lignes, colonnes, barre, carrés.
Il ne peut restituer la finalité de la leçon, le sens de cette représentation.

➢ [M/3103/ l.4 à l.12] *description d'une leçon par Medhi*

Medhi décrit la leçon par les opérations faites et par des références géographiques ou instrumentales: « à l'envers, il y avait, diviser, multiplier » On voit à l'œuvre la difficulté de secondariser qui va gêner la compréhension future si elle ne se met pas en place.

➢ *[M/extraits/l.45 à l.68] Les multiplications de décimaux.*

De même, quand il doit placer la virgule finale, il utilise le mode opératoire décrit en classe : on compte les chiffres après la virgule et on en reporte le nombre au résultat avec la petite comptine : un chiffre, un chiffre. Il ne sait pas pourquoi il fait ça, car de nombreuses notions sous-jacentes sont mal établies. ED tente de faire la différence entre la procédure opératoire -*tu as obtenu les chiffres* –et le sens de l'opération –*tu n'as pas encore le bon nombre-* ; concepts pour lesquels M sait faire la différence, mais elle ne peut aller plus loin pour l'instant.

➢ [M/extraits/ l.97 à l.98] *Je comprends pas fois 2*

On voit dans l'histoire du *deux fois* et *fois deux*, que Medhi se rattache beaucoup à la musique des mots et pas toujours au sens ; quand une formule est puissamment associée à une action, il ne peut y en avoir une autre qui veut dire pareil et provoquer la même action.

➢ [E/3103/ l.33 à l.35*] c'est un problème, il faut faire comme ça pour avoir ce résultat et il faut faire comme ça pour avoir ce résultat.*

Elodie ne peut tirer de ce qu'elle a fait en classe la notion mathématique visée par l'enseignant ; elle ne se souvient que de la procédure utilisée. On assiste à une impossibilité à secondariser les activités scolaires typiques des enfants défavorisés. Elle ne manque pas de mots parce qu'ils sont trop compliqués, mais parce qu'elle n'a pas eu à prendre du recul sur ce qu'on lui demandait et n'a pas eu à expliciter le travail fait en classe (Bautier et Rochex, 5). Elle avait le « toc-toc-toc » (l.96); mais elle ne savait pas qu'elle travaillait sur la proportionnalité. Le mot avait-il été prononcé en classe ou devait-il rester à la charge de l'élève de le deviner ?

- [E/1205/ l.109] *les diagonales ; le milieu*

Les mots sont déconnectés de tout sens, ne s'insèrent pas dans des phrases construites ; elle énonce des mots qui peuvent peut-être tomber juste, mais qui ne sont pris dans aucune élaboration mentale. A-t-on le reflet de l'effet des contrôles sur Elodie ?

Commentaire :

Ces difficultés soudaines à s'exprimer, ces approximations seraient remarquées chez un bon élève qui brutalement change de formulation, mais elles passent souvent inaperçues chez des enfants moyens ou en difficulté et ne sont alors pas analysées comme des signes de difficultés d'élaboration du sens en mathématiques, mais comme un reflet de leur déficit langagier..

C. les erreurs représentatives du rapport au savoir :

L'ensemble des erreurs décrites précédemment peuvent être symptomatiques du rapport au savoir des enfants, mais nous décrirons ici les erreurs plus spécifiquement traversées par cette problématique.

a) <u>Elodie et le silence</u>

- [E/0704/l.49,l.61,l.66,l.73,l.76] *oui,…ah oui, …non… DC*

Elodie répond par monosyllabes, ce qui renforce son incapacité à exprimer, et à comprendre les relations qui existent entre les objets mathématiques. Son discours est en écho passif (comme le comportement d'Elodie face au savoir) et il n'y a rien de construit entre les différents éléments, ni langagiers, ni mathématiques. On retrouve ce fonctionnement lorsqu'elle décrit le travail en algèbre : « $1^{\text{ère}}$ suite, $2^{\text{ème}}$ suite ». Elle prend des mots-repères statiques qui ne présentent aucun rapport entre eux.

- [E/0704/l.176] *ED : Et bien le 10 que tu avais trouvé*

Le problème est qu'Elodie doit bien se demander pourquoi faire tout ça pour trouver le 10 qu'elle avait déjà trouvé ! Les situations mathématiques impliquant des nombres trop simples n'incitent pas à chercher les relations existantes envers les nombres pour résoudre une question, puisqu'on peut trouver la réponse intuitivement, avec un calcul simple, non explicite.

- [E/1404/l.131] ED : *si tu t'entraînes pas, ça reste des paroles, il faut que ça devienne des calculs*

Elodie préfère en rester à l'apprentissage des paroles, de la « chanson » plutôt que de s'engager réellement dans les calculs, justement. Elle devrait voir les relations, déchiffrer les liens et ça, elle ne le peut/veut pas. Il y a des choses sur lesquelles elle ne veut pas s'interroger, certainement liée à son histoire familiale.

- [E/2104/(l 213)] *(il faut)…rédiger*

Elodie a une sorte de fascination pour les mots qu'elle maîtrise mal, mais qui lui semblent malgré tout plus proches d'elle que les nombres ; l'activité de recherche lui reste totalement fermée.

- [E/1205/ l.69 à l.78] *ED :Les profs de maths, ils vont te donner des informations pour que tu puisses répondre à la question.*

Pour Elodie, il est possible de devoir deviner les informations d'un problème ; elle n'est pas étonnée de ne pas les trouver. Elle ne recherche pas à comprendre un discours, mais à le retenir. Elle ne décrypte pas les informations du codage parce qu'elle n'a pas compris le mot « codage », mais parce qu'elle n'est pas étonnée de ne pas avoir les données pour résoudre un problème, comme si cette résolution n'était pas le fruit d'une démarche, mais un tour de magie. Medhi la même impression parfois, mais il est capable d'exprimer cet étonnement, au contraire d'Elodie.

- [M/extraits/ l.75 à l.79] *c'est à peu près la longueur et la largeur…le contour*

Medhi essaie d'intégrer le périmètre à ses conceptions existantes, en traduisant en mots plus familiers. Mais il perd en même temps dans la précision des termes, ce qui n'est pas son habitude. Il faut savoir parallèlement que Medhi a un passé d'indiscipliné qui avait beaucoup de mal à rester dans *les limites*. Cela le gêne peut-être de trop définir une ligne par sa fermeture, par les limites qu'elle trace.

b) Medhi et le contrat didactique

- [M/3103/ l.54, l.65*] j'ai le droit…c'est ce qui fallait faire*/

Medhi travaille sans cesse en référence au contrat didactique et au désir du maître. Quand il sort de ce fonctionnement, il peut enfin s'interroger sur les objets mathématiques.

- [M/3104/l.120] *ah oui, ça, c'est pour multiplier par deux !*

Medhi retombe sur la formule vue en classe : il est rassuré. Il a besoin de repères très solides, immuables.

c) Medhi et l'activité mathématique

[M/3103/l.30, l.41 *faut multiplier…on peut faire…y a fois deux aussi…divisé par deux*

Medhi parle en termes d'actions ; pour lui faire des mathématiques, c'est agir. Il s'interroge parallèlement sur les mots mathématiques, mais sépare les deux types d'approche. C'est peut-être pour cela qu'il a du mal à se représenter certains objets mathématiques, car il ne voit que les relations et pas les objets en eux-mêmes. L'important pour Medhi est d'agir. Plus il panique quand il ne trouve pas la solution, plus il intervient sur l'objet mathématique sans le regarder. Il faut trouver une réponse et cette réponse est une action, de préférence numérique, puisqu'il maîtrise mieux ce domaine.

- [M/0704/ l.85, l.118] *j'pense qu'il faut tout additionne…j'calcule tout ça*

Medhi pense s'en sortir avec sa tactique habituelle : agir sur les nombres. Le schéma ne va l'aider à surmonter son blocage : on ne peut pas calculer puisqu'on ne connaît pas un des nombres de l'opération.

- [M/3103/ l.108] *ED : on est pas en train de calculer, on est en train de voir*

Medhi, au contraire d'Elodie est toujours en train de calculer. Il n'a pas le temps de regarder : les figures, les quantités lui apportent peu d'informations. Elles ne lui parlent pas ; il ne s'en sert pas pour comprendre.

- M/0704/ l.135] *mais là, tu as calculé euh par quoi ?*

Medhi pense qu'un résultat, un fait en mathématiques s'obtient toujours en calculant. Il n'y a pas de réalité des faits sur laquelle s'appuyer. La longueur non chiffrée n'existe pas pour lui dans le problème des sauts.

- [M/0704/l.163] *et pourquoi t'as pas fait divisé ou multiplié ou soustrait*

Le rapport entre les objets et les opérations n'est pas installé ; les événements mathématiques prennent soudain un tour miraculeux

d) <u>Medhi et les mathématiques magiques</u>

- M/3103/ l.131 à l.135] *c'est qui qui a inventé qu'il fallait multiplier par deux ?…….ils auraient pu multiplier par 3 ou par 4 par 6, par 56…*

Medhi ne fait pas le rapport entre la réalité de la figure qui est devant lui et la formule retrouvée. Certes il comprend le caractère abstrait et conventionnel des mathématiques, mais par contre, il ne saisit pas le caractère de traduction, de modélisation du réel qu'elles représentent (surtout en géométrie). Il sera très troublé par le nombre PI : ce nombre semblant avoir été construit, pourquoi tous les autres nombres en géométrie ne seraient pas instables ?

- [M/3103/ l.148] *comment tu sais que c'est pi, ça ?*

C'est une des grosses interrogations de Medhi : comment détient-on le savoir ? Est-ce qu'on l'invente à chaque fois et que certains ont le « pouvoir » de l'inventer ou de l'utiliser ?
Il va dire quand la psychopédagogue lui montre le nombre PI sur la calculette : « faut faire 3,14 », au lieu de « c'est ou ça vaut 3,14 ». Les objets mathématiques n'ont aucune existence. Il dira même (ligne fin) « ça peut être n'importe quoi ».

- [M/0704/ l.179] *toi aussi, tu la connais pas*

Les mathématiques semblent un peu magiques pour Medhi puisque la psychopédagogue connaît le résultat total, elle connaît peut-être ce résultat inconnu que l'on cherche.

- [M/1305/ l.173] *pourquoi on a pas fait 3 multiplié par 9 ?*

Medhi a du mal à se représenter ce nombre imprécis (une impossibilité pour lui) et infini. Mais il est capable de se poser la question. Dans ce lieu où on ne le juge pas et où on le positive, il laisse venir les questions et il s'autorise à douter. C'est une grande avancée, car habituellement quand il ne trouve pas, il est submergé par l'angoisse et il est capable de dire tout ce qui lui passe par la tête. Ses questions sont de vraies interrogations mathématiques.

Commentaires :

Les phrases relevées ne sont pas des erreurs de lexique ou de syntaxe, ni des maladresses de formulations. Ce sont des petites phrases, glissées dans les séances, qui par leur récurrence, laisse transparaître la représentation de l'activité mathématique des deux enfants. Elles mettent en évidence également leur rapport au savoir et l'état de leur prise en charge ou pas des activités cognitives ; les représentations d'Elodie se devinent plutôt en creux des remarques de la psychopédagogue, puisque la particularité d'Elodie est son absence de participation à l'élaboration du savoir.

VII. Commentaire des analyses

Que nous a appris l'étude de ces diverses erreurs de support langagier ?

Tout d'abord qu'elles peuvent nous renseigner sur de nombreuses facettes des difficultés des enfants face à l'apprentissage et que suivant l'angle d'analyse choisi, elles permettent de faire ressortir quelle difficulté particulière peut être travaillée, ceci plutôt dans le cadre d'interventions individuelles. Elles aident également à observer les constructions cognitives employées, portées par le langage, qui en est constructeur et signe tout à la fois.

De façon plus inattendue, elles permettent également de décrire le rapport au savoir des élèves et la façon dont s'effectue la dévolution ou pas du savoir à acquérir. Deux profils particuliers se dessinent ainsi tout au long de l'étude :

-celui d'Elodie, qui ne veut pas prendre le risque de s'engager dans le doute et l'incertitude qu'apporte toute entrée dans l'apprentissage ; elle est éminemment passive face au savoir, n'accepte d'en intégrer que ce qu'elle pense minimal dans la négociation individuelle avec l'enseignant (et qu'elle a mal évalué d'ailleurs). Son intervention langagière est minimale également, mais laisse percevoir une représentation de l'activité mathématique comme une re-connaissance des formes et des formules. Les concepts de relation et de liens entre les objets mathématiques sont inexistants.

-celui de Medhi, qui continuellement traversé par l'angoisse du contrat didactique, a pris le parti d'agir dans toutes les situations et qui en perd l'aspect de modélisation de la réalité des mathématiques, qui devient par moments une activité magique dont il ne devinera jamais les arcanes. Quand il calme cette angoisse, il s'autorise à affronter le doute et pose de réelles interrogations aux objets mathématiques. Cette activité de questionnement intense de Medhi sera-t-elle reconnue comme telle dans les activités du collège ou sera-t-elle noyée dans la correction de ses formulations pas toujours très élaborées?

L'analyse du cahier nous montre par ailleurs que la formulation mathématique, dans son rapport spécifique au langage naturel et comme significatif d'une certaine représentation des objets mathématiques va jouer un rôle dans la construction du savoir des élèves. Cette formulation institutionnelle qui se veut universelle, est cependant mise en œuvre par un acteur individuel : l'enseignant, qui va introduire sa propre vision du savoir mathématique lors de la transposition didactique. Elle rentrera en écho, parfois malencontreusement avec le rapport à l'activité d'apprendre des élèves. Ainsi pour Elodie, la présentation statique des objets géométriques va entrer en résonance avec sa propre représentation statique de l'univers mathématique. Elle ne sera pas engagée à manipuler les objets, hormis dans les constructions géométriques, qui n'ont de construction que le nom et elle s'en contentera volontiers.

Deux autres axes traversent ces erreurs : celui du social, avec les difficultés à secondariser relevées comme spécifiques des enfants de familles populaires par Bautier et Rochex et le vocabulaire limité décrit comme caractéristique des mêmes enfants.

L'axe du psychologique, avec l'émergence par moments de notions résistantes à toute explication, qui doivent entrer en résonance avec des registres de difficultés profonds et complexes de l'ordre des relations inter-personnelles. Ce registre intervient également dans la mise en place du rapport au savoir, peut-être producteur de l'angoisse de Medhi et de la passivité d'Elodie.

Ainsi que le promettait cette étude, l'analyse des relations entre le langage et les mathématiques est extrêmement complexe. Le langage étant porteur de tant de référents possibles, il est susceptible également d'un grand nombre d'analyses. Une des difficultés est de choisir l'angle d'approche qui sera le plus pertinent suivant l'objet d'étude. J'ai eu du mal à abandonner un des aspects possibles d'analyse, ce qui la rend parfois un peu touffue.

L'analyse de la formulation de l'enseignant est bien sûr insuffisante ; il aurait fallu se rendre en classe et comparer la formulation écrite à la formulation orale du professeur. Cet aspect aurait pu consister en une étude à lui tout seul, de même que les difficultés spécifiques aux enfants de milieu populaire ou les relations entre les blocages sur certaines notions mathématiques et le vécu psychologique de ces enfants.

Enfin, ces séances auraient pu mener à d'autres analyses, plus centrées sur l'influence de la formulation de la psychopédagogue sur l'évolution des représentations des enfants, mais un matériel plus riche et relevé sur un temps plus long aurait été nécessaire.

Conclusion

Cette complexité fait en même temps la richesse de toute analyse langagière : encore une fois, la diversité des références et des racines du langage est mise en valeur. Phénomène connu et utilisé en littérature, il est moins accepté en sciences, et plus particulièrement en mathématiques. Nous avons vu que la formulation dans le discours mathématique tend à une désincarnation et un universalisme, qui peut provoquer de réels rejets de cette matière, le rendant « parole différente, codée…conservant jalousement le secret de sa traduction. » (A.Siéty, 19). Pourtant, les mathématiques s'appuient sur le corps et sur ses relations avec les objets. En voulant s'abstraire totalement, elles coupent avec leurs racines, qui se retrouvent quand on peut observer l'activité plus libre des élèves. Le discours mathématique a accentué cette désincarnation depuis le 20ème siècle, et en devient de plus en plus difficile à investir pour les apprenants. Cette étude n'interroge pas seulement la pratique quotidienne d'un enseignant particulier, ni le désinvestissement du langage par les jeunes, mais la formulation utilisée actuellement dans les manuels et le manque de préparation à l'analyse de son propre oral des enseignants.

Certes, l'analyse fine des erreurs langagières ne peut se faire dans la pratique sans un vaste arrière-plan de références. Ce type d'analyse fine relève plus de l'intervention du psychologue. Il est extrêmement intéressant pour lui de pouvoir décrire des micro-mécanismes de dysfonctionnements à travers les erreurs langagières. En ramenant ces erreurs à un fonctionnement cognitif et à un mode de relation au savoir, il est plus facile ensuite de trouver des leviers didactiques pour y remédier. Son intervention concernera l'individu en difficulté, malgré les limitations inhérentes à son cadre d'action.

En effet ce type d'intervention individuelle ne pourra tout résoudre :

-le temps principal didactique se fait en classe et il sera difficile pour l'enfant de répondre à des contrats didactiques d'ordre différent ;

-le poids du social ne peut se laisser soulever par une seule personne : une réflexion collective sur ce que veut transmettre le système scolaire peut seule faire évoluer les relations entre l'Ecole et certaines catégories de la population ;

-il est impossible d'intervenir dans une même séance dans un cadre psychanalytique et dans une visée didactique, même si les difficultés de l'enfant le nécessitent.

D'autre part, il a été mis en évidence que la remédiation par le langage ne suffit pas à lever certains obstacles de l'ordre de la compréhension des objets mathématiques : c'est la construction de situations-problèmes qui pourra peut-être inciter certains enfants à prendre en charge par eux-même au moins une partie du savoir.

Le psychologue ne peut cependant facilement transmettre ces analyses aux enseignants, car il se retrouverait lui-même dans une démarche de monstration qui ne dévoluerait aucun savoir. Un enseignant se doit-il d'être formé à toutes les sciences humaines pour faire classe ? Bien évidemment non ! Cependant, il est certain que l'acte d'enseigner nécessite une formation qui mette plus en valeur l'ensemble des implicites portés entre autres par le langage qu'ils emploient. S'ils étaient alertés et attentifs aux erreurs en général, aux erreurs langagières en particulier, une partie des raisons des difficultés de leurs élèves leur apparaîtraient plus clairement, ce qu'ils réclament souvent. Un prolongement possible de cette étude serait d'ailleurs de les interroger sur leur représentation du décalage entre les termes mathématiques employés par eux et leur interprétation par les élèves. Nombre d'enseignants ne savent décrypter les implicites de leur enseignement, n'ont même pas conscience de leur existence. C'est à les aider à les découvrir que peut s'employer le psychologue de l'éducation.

Bibliographie

1. ASTOLFI (2004) L'erreur, un outil pour enseigner, ESF éditeur

2 AURIAC-PEYRONNET,E (2003) Je parle, tu parles, nous apprenons, deBoeck-université, Paris-Bruxelles

3 BAUDART, FAURE, GALISSON, PICCOLIN (2002) De surprises en découvertes, Scérén, CRDP Créteil

4 BAUTIER, E.(2005) Formes et activités scolaires, secondarisation, reconfiguration, différenciation sociale, à paraître, PUP

5 BAUTIER, E., ROCHEX J-Y,(2004) Activité conjointe ne signifie pas signification partagée, in Raisons éducatives, n°8

6 BERNARD,(1995) Tutelles et communication, in Apprentissages langagiers, apprentissages scientifiques, sous la direction de Ducancel et Astolfi, Repères n°12

7 BRONCKART, JP.(1985) Le fonctionnement des discours, Delachaux et Nestlé

8 BRONCKART, JP.(1997) Action, discours et rationalisation,in Outils et signes- Perspectives actuelles de la théorie de Vigotsky, sous la direction de Moro,Schneulwig et Brossard, PeterLang, Berne

9 CAVEING,M. (2004) Le problème des objets en mathématiques, Vrin

10 EVRARD, HUYNEN, BUEGER-VANDER BORGHT,(1995) La définition dans les discours didactiques en classe de sciences, in Apprentissages langagiers, apprentissages scientifiques, sous la direction de Ducancel et Astolfi, Repères n°12

11 GRIZE, JB, (1994) Pensée logico-mathématique et sémiologie du langage, in La pensée logico-mathématique ; nouveaux objets inter-disciplinaires, sous la direction de Houdé et Miéville, PUF, Paris

12 JOSHUA,S. ; DUPIN,JJ. 2003) Preuves, langages, communication, in Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques, PUF

13 JULO J, (1995), Représentations des problèmes et réussite en mathématiques, PUR, Rennes

14 LABORDE,C. (1982) Langue naturelle et écriture symbolique : deux codes en interaction dans l'enseignement des mathématiques .Thèse d'Etat, Grenoble, IMAG

15 LEGALL ET TOMASSONE (1997) Mathématiques et langage, in Les Maths en Collège et au Lycée, Hachette Education Paris, p.88-108

16 MERCIER, G. (1992) Analyse des conceptions de l'apprenant à travers les différentes phases d'une verbalisation à propos d'une tâche technique, in Education Permanente, n°112,p.202-216

17 ROCHEX, J-Y (2004) La notion de rapport au savoir : convergences et débats théoriques, in Pratiques psychologiques

18 SCHUBAUER-LEONI, ML. (1996) Etude du contrat didactique pour des élèves en difficulté en mathématiques, in C. R.. R.;. R.; e. M. Caillot (Ed.), *Au-delà des didactiques, le didactique Débat autour de concepts fédérateurs* (pp. 159-189): De Boeck Université.

19 SIETY A, (2003) Mathématiques, ma chère terreur, Hachette Pluriel

20 VELEIDA ANAHI DA SILVA (2004), Savoirs quotidiens et savoirs scientifiques : l'élève entre deux mondes, Anthropos, Paris

21 VERGNAUD,G.(1991) Langage et pensée dans l’apprentissage de mathématiques,Revue Française de Pédagogie, n°96, p.79-86

22 VINCIGUERRA,L(1999) Langage, visibilité, différence.

Elodie (extraits)

Elodie et les angles

El : On a vu les angles complémentaires ; je comprends pas complémentaire

E : Dans la vie de tous les jours , on utilise le mot « complément » ; tu le connais ?

EL : non

E : par exemple, on ajoute un complément ; on dit dès fois ils se complètent bien, ils vont bien ensemble.

EL : ….

E : ce n'est pas grave ,tu n'es pas obligée de comprendre à fond certains mots, c'est leur nom, c'est tout et on va voir leurs propriétés.

Définition : deux angles sont complémentaires quand la somme de leurs mesures
est égale à 90°

E.lui relit la définition en suivant le dessin qu'elles ont fait auparavant

Elle appuie sur le mot de liaison : **quand** , s'arrête avant pour bien le souligner. Elle reprend le mot : **mesure**

Elodie énonce par cœur la définition : elle ne retrouve pas le mot : complémentaire(« c'est normal , c'est celui qui résiste ») Elle dit finalement :

« Deux angles est complémentaire , (blanc) leur mesure est égale. »

E. lui redit en suivant le dessin à nouveau , Elodie vérifie en suivant la définition écrite

Au prochain essai, elle ne trouve pas le mot : mesure

A la fin de la séance, dit la définition presque correctement, en appuyant sur quand :

« Deux angles sont complémentaires quand la mesure est égale à 90° »

La séance suivante , elle dira : « la somme et la mesure »(au lieu de la somme de leur mesure) ; quelques séances plus tard : « la même meure est égale à 90° »

<u>Les angles alterne/interne :</u>

E. trace la figure . Elle fait colorier la surface interne de la bande par Elodie en commentant « interne, c'est à l'intérieur de la bande ».

Elle commente la figure en utilisant le mot « attaque »les 2 autres droites pour raconter ce que fait la sécante.Théatralise : ton, appui sur les mots, gestuelle, bruitage de la sécante.

Elle travaille sur le mot « alterne » : alternance ; un côté, puis l'autre ; de l'autre côté de la droite ; signifie l'alternance avec la main.

………………………………………………………………..

Elodie (extraits)

A la fin de la séance, Elodie redira les définitions sans problème.

Elodie veut poser une question sur les angles alterne /interne :

« Même si on met… » et s'arrête « je sais plus, je sais pas.. »-elle ne trouve pas les mots pour poser une question –en fait , voulait savoir si les angles internes obtus étaient aussi égaux-

E. propose, en suivant son geste : « Est-ce que les autres aussi sont égaux ? »

EL : oui, c'est ça.

Exercice de géométrie : démonstration d'une égalité d'angles

Question de l'exercice : Qu'est-ce qu'on peut **voir** pour l'angle ABC ?

E : Est-ce que tu vois quelque chose ?

El : …………………………(ne voit rien d'autre que la figure)

E. lui fait comprendre , par différentes questions et étapes les rapports entre les angles en s'appuyant sur les définitions : illumination d'Elodie :

« ah ! c'est ça, j'ai trouvé ! »

E : Comment peut-on répondre avec des phrases maintenant ?

EL n'en a aucune idée .E lui écrit les étapes vues ensemble : EL ne suit plus.

Elodie 31/03

115

(Elodie a oublié son livre de maths)

E :C'est plus dur pour toi, je te préviens tout de suite, c'est à dire qu'il faut que tu me dises avec des mots, tu peux pas me le montrer, là, ce que tu as fait ; je t'écoute

El :euh, le parallélogramme

E : tu l'écris en gros, comme un titre………c'est très bon signe, parce que tu n'as pas fait de faute à parallélogramme , ça commence donc très bien ; ça me fait souvenir que la dernière fois , on avait déjà travaillé sur le parallélogramme , je me souviens qu'on l'avait défini, et qu'on avait nommé une propriété

EL euh,

E : tu te souviens de ça?

EL : oui

E : je ne résiste pas au plaisir de tracer à main levée un magnifique parallélogramme ABCD que je te donne, et je t'écoute avec des mots pour dire ce que c'est sa définition ; vas-y tout doucement

EL :Un parallélogramme est un quadrilatère dont ses côtés opposés sont parallèles 2 à 2

E : là, une définition comme ça, impeccable ; il y a une propriété

Allez, je t'écoute, 1ère propriété

EL : le même milieu

E :c'est peut-être ça , mais c'est mal dit

EL : un parallélogramme , euh……. le même milieu

(*E cherche dans un livre*) c'était le centre de symétrie ; le centre du parallélogramme est le centre de symétrie, c'est- à dire que C est le symétrique de A et que D est le symétrique de B par rapport à O ; qui dit symétrie, dit égalité ,tu te souviens, le centre de symétrie est le milieu du segment ……………………………………..

E :maintenant, il y a une autre partie des mathématiques , qui est plus le travail sur les nombres , plus le travail sur la numération , est- ce que tu sais ce que vous faites en ce moment ?

1ère suite X 2 4

2ème suite 9 3 Y

EL :en algèbre,

E : oui, par exemple ; tu te lances…

EL : oui, en fait, c'est les tableaux. Par exemple si on a, euh..c'est un problème, il faut faire comme ça pour avoir ce résultat euh……et il faut faire comme ça pour avoir ce résultat (*inscrit une flèche croisée dans son tableau*)

E : d'accord, bon, tu t'en es pas trop mal sortie parce que c'est pas facile , facile …on voit comment le dire mieux ; c'est bien d'avoir vu qu'il y avait une première suite de nombres, ici, une deuxième suite de nombres ; si tu veux, je vais le refaire là ; moi, je vais choisir,10,30,50 et ici, je vais mettre , que je cherche quel est le nombre qui va trouver sa place dans le tableau, en sachant, que la deuxième suite, elle est proportionnelle à la première ; sinon ,je peux pas trouver, d'accord ; mais je t'assure d'une chose, c'est que ce que tu as fait comme opération à la première suite pour trouver la deuxième, c'est la même opération qui t'a permis de passer de 10 à 20, de 30 à 60,qui te permettra de passer de 50 à le x que l'on cherche ;
Est- ce que là tu reconnais un peu ce que tu as fait en algèbre ?

EL : oui

E ; avec d'autres mots hein, j'y mets d'autres mots ; tu veux bien chercher avec moi, qu'est-ce qu'on a fait à 10 pour arriver à 20 comme opération , comme calcul ?

EL : ben , on a fait fois 2

E : on a fait fois 2 ; avant de le mettre là, je vérifie, est-ce quand on avait 30, on a bien fait x2, pour arriver à 60

El : oui

E ::oui, et comme je t'affirme que tous les nombres de la deuxième suite s'obtiendront en faisant x2 par rapport à la première, tu vois que x , je peux le trouver

EL : 100

E : je suis d'accord avec toi ; la petite chose –là jolie comme tout que tu es en train de nous mettre,ça veut dire- on essaye de voir, non,

EL :oui,oui,

E :ça veut dire que , tu vois ce rapport ici: 30 sur 60 , je l'ai pris là, 30 sur 60, il est le même que 50 sur x ; tu vois que là, on est en présence de…tu vas voir , tu vas voir pourquoi on dit ça comme ça ; tu vas voir que on est dans ce cas particulier en présence de deux rapports ; 30 sur 60, que j'ai isolé là, je l'ai pris, qui est égal, parce que c'est mon tableau qui te le dit, à 50 sur le nombre qu'on cherche ; or, il y a une grande loi, encore une , que tu dois apprendre ,qui te dit que , regarde tu as : un , deux, trois, quatre nombres qui sont là : ça , c'est un nombre ,on le connaît pas encore, on fait semblant de le connaître que ces quatre nombres-là, il y a une loi qui fait que le produit, quand on multiplie les deux extrêmes, le premier et le dernier, c'est la même chose que le produit des deux autres qui sont là : tu vois où ils sont placés : le premier que j'ai écrit ,et le dernier que j'ai écrit

EL : oui, parce que là , ça fait 600 et là ça fait 50

E : euh, t'exagère un peu, tu comptes un peu vite, et doucement, on est pas en train de compter, on est en train de voir comment ça s'organise ; parce qu'après , ils vont changer de place, alors n'essaye pas de compter , après le x , il va changer de place, là ,là, ou là, donc il faut prendre des repères ; tu vois qu'on l'a écrit en premier le 30 et x en dernier

30 sur 60 égal 50 sur x : 30x X égal ….60 fois 50

el :oui

E : c'est une grande loi qui dit que quand tu as deux rapport égaux, le produit des extrémités est égal au produit des nombres qui sont au milieu : le produit des moyens ; c'est une loi, une loi de calcul, tu l'as repéré ça

EL : ouais

E :alors, maintenant, parce qu'on sait que c'est 100, mais on s'en fiche royalement, pour l'instant ; tu sais que 30 fois x par convention, on a droit de l'écrire 30x, tu le sais ça

EL : oui

E :bon, 30x est égal à combien ; ne te trompes pas , dans ta tête, je sors même pas la calculette

EL : ça fait 100

E : euhhh, Elodie

El: ah non, non, non

300

E : tu veux vérifier*(sort la calculette)*

EL : ah, oui

E : on a maintenant nos 30x qui valent 3000, nous ce qu'on veut , c'est savoir combien vaut x, on le sait que c'est 100, tu l'as calculé comme ça

On va le vérifier comme ça : est-ce que 30xpar 100, ça fait bien 3000 ?

EL : oui

E : alors , on est d'accord ;et-ce que j'ai bien compris quand tu faisais ça(les flèches croisées) en réalité tu faisais ça(les égalités de rapports)

125**Elodie 31/03**

El : oui,oui……………………………………………………………………………………

E : j'ai compris pourquoi tu avais l'air un peu perdue là, parce que tu avais le toc-toc-toc plus direct

EL : et aussi, les tableaux de proportionnalité avec les pourcentages

E : on aime bien ça, non, c'est plus facile à calculer; on en fait un ?

Toujours avec1ère suite, 2ème suite ?dis-donc, dans pour-**centage**, quelle est la racine de ce mot?

El : 100

E : on ramène à 100 ; tu les vois par exemple les deux zéros de 100dans le pourcentage

El : oui

E : on les voit bien, hein

El : et pourquoi on met un trait?

E: : c'est un signe, hein

El : ça peut faire le « un »

E : non, le pourcentage, c'est un rapport , par rapport à 100, on peut imaginer le trait, c'est le trait du rapport, comme celui qui était là; c'est des rapports, mais des rapports à 100

(**El** met dans le tableau qu'elle a appris)

E :on va pas le faire, on va juste le dire; tu es d'accord ?dans les pourcentages, il y a quelque chose qui est bien: tu vois le rapport ? sur 100 ; et là, il y a quelque chose qu'on ne connaît pas, mais qui n'est plus sur 100, mais sur 140.Comment on pourrait le dire, tu veux qu'on prenne un exemple?

El : oui

E :qu'est-ce que qu'on peut trouver comme exemple? un pantalon coûtait 100 euros, classique hein, on fait des réductions; un pantalon coûtait 100 euros, et j'ai eu 20 euros de réduction; un autre pantalon coûte 140 euros, combien j'ai de réduction. Pour cent (on entend bien , hein ?)pour cent euros, j'ai 20 de réduction, pour 140,j'ai combien ? Tu vois , c'est souvent des histoires de prix, mais tu vois, il y a toujours, toujours, ce rapport à 100

Elodie 31/03

130

Medhi (extraits)

135

Medhi essaie de décrire une leçon de maths)

M : on a fait une leçon sur les graphiques

E : ah oui , qu'est-ce que c'était cette leçon ?

M : on a fait des lignes et des colonnes, on a tracé comme ça.

M : Il y avait des chiffres et aussi une barre comme ça *(un segment)*

Il y avait des petits, des grands carrés , sur une petite feuille (*graphique en histogramme)*

E : Est-ce que ça aidait à comprendre des problèmes,

M : oui, c'est ça

E ; ça te sera d'une grande aide plus tard, aussi en géographie ; ça t'aide à trouver des informations.

(les nombres décimaux)

E : Tu te rappelles, déci, ça vient dix en latin. Vas-y, écris un nombre à virgule

M : Ce que je veux !(*étonné)*

(*après beaucoup d'hésitation, écrit 10,5)*

E : Tu te souviens, il y a deux parties : une décimale et une autre partie qui n'est pas découpée, la partie…

M : entière

E : Voilà les dizaines, les unités. Est-ce que tu peux me dire , Medhi, le nom du chiffre qui est après la virgule ?

M : ho ! je me souviens plus …millième, c'est pas ça .. centième, non

E : c'est dix fois plus petit

M : dixième !

E : voilà ! le 5 veut dire 5 dixièmes

E : voilà maintenant, Medhi, un autre nombre décimal *(écrit 2458,71*)Lis- le moi.

M : *(lis le nombre correctement et sans hésitation)*

E : Montre –moi sa partie décimale.

M : 71

E : comment peut-on la nommer ?

M…..

E :peux-tu me monter les unités ?

Medhi (extraits)

M : 1 ah non ! c'est à côté de la virgule …8

E peux-tu me dire combien il y a de millième ?

M..

E : tu me l'as dit quand tu as prononcé le nombre . Redis- moi ce nombre

M : 2…ha jm'en souviens plus…*(Medhi panique et ne retrouve plus le nombre)*

E : deux mille quatre ..

M : ah oui deux

E : Medhi, combien y a t'il de centième ?

M : 1 , centième

E : et le 7 ?

M :

E : c'est dix fois plus petit

M : ah oui, dixième, 7 dixièmes

<u>*Les nombres décimaux(suite)*</u>

M : on fait des multiplications, si tu veux , j'peux t'en faire une.

E : je te propose celle-ci *(écrit 14,5x1,5)*

Medhi fait la multiplication et met une virgule au calcul intermédiaire

E : attention, Medhi, ici on ne met pas de virgule. C'est une simple étape.

M :ah oui, un chiffre , un chiffre(*montre les deux chiffres après la virgule de 14,5 et 1,5),* deux chiffres après la virgule*(pour le résultat)*

E : je te propose maintenant (*écrit 1,03x1,1)*

Medhi écrit :1,03

X1,1

M : quand tu multiplies, tu mets pas les unités sous les unités ?

E : non, c'est seulement pour les additions et les multiplications

M : je comprends pas

E : si tu multiplies 1,5 par 183, où tu vas mettre 183 ?

M :où je veux ?

E : oui, et je peux inverser .

M : ah oui, ça fait que 2 étages au lieu de 3 !

Medhi (extraits)

E : on va vérifier que ça fait pareil : (*prends la calculatrice et calcule 1,5x183, puis 183x1,5. Medhi regarde les deux résultats , puis ravi* :c'est bien, j'vais l'utiliser ça.

(on revient à la multiplication 1,03 x 1,1 ; Medhi effectue la multiplication, mais ne mets pas la virgule)

E : tu multiplies d'abord par 1 dixième, puis tu multiplies par 1 ; tu additionnes ensuite 103 et 1030.Là tu as obtenu les bons chiffres , mais tu n'as pas encore le bon nombre : tes chiffres ne se sont pas encore organisés parce qu'il n'y a pas la virgule.

M. met des petits points sous les décimaux pour les compter et met la virgule pour obtenir des centièmes.

<u>Les périmètres et les aires</u>

***M** : on fait des révisions, on calcule les périmètres et les aires*

E : ah, c'est très important ça ; tu vas souvent le rencontrer en 6ème.

Alors, Medhi, qu'est-ce que c'est, le périmètre ,

***M** : C'est à peu près la longueur et la largeur*

E : ah, Medhi, il n'y a jamais d'à peu près en mathématiques ; c'est le tour de ton rectangle.

***M** : le contour , quoi.*

E : non, plutôt le tour ; c'est une convention, c'est le nom pour un rectangle. Alors , comment fais-tu pour le calculer ?

***M** : je prends la longueur et la largeur*

E : oui combien de fois ?

***M** 2 fois*

E : vas-y, Medhi

***M** : 7+7..+ 4,5* (E. met 7+7 entre parenthèses)

E fait le tour au crayon *; **M** : ah oui, j'ai oublié une fois*

*E : tu as une autre façon de le faire, tu peux faire : une longueur(*écris 7) + *une largeur* (écris 4,5 ; mets entre parenthèses 7+4,5) *deux fois (* écris x 2)E suit le tour du rectangle en même temps qu'elle parle : *une fois, deux fois. On vérifie que c'est pareil,*

***M** :c'est le même résultat, c'est sûr.(*vérifie en calculant de tête les deux façons)

M écrit 23 cm2

E : non, ce n'est pas pour le périmètre , on va voir pourquoi.

[145]**Medhi (extraits)**

E : tu vas apprendre une formule ; ça sert pour tous les rectangles qui existent (écris (L+l)x2): *L+l …deux fois(*suit avec le crayon ; fait répéter par Medhi : longueur plus largeur fois deux.)

E : on va faire un calcul, mais sans dessiner

M revient à la figure, mais E. revient à la formule.

***M** : je comprends pas fois 2*

*E : Fois 2, c'est comme 2 fois (*étonnement de Medhi)

***M** : 21, je mets + 5 et voilà*(écris les parenthèses*)fois 2(* écris x2*)*

E : oui, je suis d'accord

***M** : 21+5,26 ; 2 fois , 53 euh 52*

E ; quelle unité ?

M : centimètre

E : je suis d'accord avec toi.

<u>Les aires</u>

(Medhi avait demandé dans une séance précédente pourquoi on mettait un petit 2 pour indiquer carré dans les mesures d'aire)

E : l'aire, ce n'est pas une longueur. Quand on la mesure , on utilise des unités d'aire, pas de longueur .Tu te rappelles les mesures de longueur ?(E. écris m)

***M** : mètre*

(E écris dm)

***M** : ah, j'sais plus ,diamètre, non, c'est pas ça ; diagramme, dicentimètre*

E : décimètre, c'est le plus difficile

(écris cm, mm ; Medhi les nomme sans problème)

E : tu vois, pour la longueur, on a besoin d'une mesure ; pour la surface de deux mesures, on dit cm carré et tu verras plus tard pour le volume, on prends trois mesures, on dira cube, cm cube (Medhi rit pour le cube)

E : le carré , c'est l'unité de mesure de la surface(dessine un grand carré et dessine les petits carrés contenus de 1x1 cm2) *Tu vois , on compte le nombre de petite carrés de 1 cm sur 1 cm que contient le grand carré*

C'est l'unité ; on l'a pris parce que c'était la plus simple possible ; on aurait pu prendre des petits rectangles

Medhi (extraits)

***M** : c'est plus facile, ah c'est pour ça ? (*ne semble pas convaincu)

Les unités de mesure

(E fait redire)

***M** : Je fais le tableau ; mètre, décimètre, centimètre, millimètre ; (bute sur décamètre) m'en souviens plus*

E : les plus petits , ça vient du latin, les plus grands du grec : déca-mètre, hecto, kilo

Medhi 31/03

155

E :donne-moi des nouvelles , M

M : alors, on a fait ça .On multiplie, c'était ça , par exemple ; ça, c'était la largeur, et là, y avait écrit 36 et là, 40 ; on devait ,on devait diviser la , la largeur par euh par euh, la longueur, j'crois . J'sais plus si c'est ça , mais euh

E : alors, là on est en train…

M : c'était comme ça, et là c'était à l'envers et il y avait a, b c

E : et qu'est-ce qu'il fallait trouver ?

M : fallait trouver…euh…ah oui, j'sais pas, la prochaine fois , j'emmènerai le cahier

E : je vois à peu près, mais ce qui est important, c'est qu'est-ce qu'on te donne comme informations et qu'est-ce qu'on te demande de trouver, parce que une fois qu'on a ça, on est sûr d'y arriver ; on réfléchit et on regarde

M : peut-être fallait diviser ça par ça

………………………………………………………………………………………………

E : vous êtes toujours sur les aires, les rectangles , les carrés ; on s'entraîne un peu ? rectangle ?, j'essaie de voir par rapport au tien ; un rectangle, sa longueur est de 40…on met des décimètres, pour une fois qu'on emploiera des décimètres ; sa longueur est de 40 décimètres , sa largeur est de 36 décimètres ,ça te va aussi ?

M : et aussi je comprends pas quand même ce que ça veut dire diamètre ? j'comprends pas ce que ça veut dire diamètre ?

E : d'accord, mais là, quand on parle de diamètre , on est plus dans le rectangle ; donc on en parle dans 5 mn, d'accord ; on va voir que ce que c'est que ce diamètre, d'accord ; ce rectangle, longueur 40, largeur 36 décimètres, on peut peut-être s'interroger sur son périmètre ?

M : et….vas- y, vas-y(dessine un bonhomme)

E : il est marrant, ton petit bonhomme ; juste, pour être sûre que…

M : oui, euh, d'accord, tu t'occupes du périmètre

E : tu réfléchis d'abord tranquillement, tu retrouves ce qu'il te faut , voilà, petits gestes, tchoum, tchoum, tchoum, tchoum , est-ce que d'abord, tu as toutes les indications suffisantes ? je t'ai donné assez d'indications ?

M : multiplié ; faut multiplier la longueur par la longueur

E : et quand on multiplie la largeur par la longueur, qu'est-ce qu'on trouve ?

M : ben , on trouve, euh, on trouve euh…{……………..}

Medhi 31/03

E : eh ben tu vois, c'est exactement ce qu'on disait, il y a deux minutes ; on te donne des informations, mais on te demande de trouver quelque chose ; et toi , tu n'as regardé que les informations ; ma demande , qu'est-ce que je te demande,

M : le périmètre

E : le périmètre ; et toi, tu me dis que si on multiplie la longueur par la largeur , on va pas trouver le périmètre ; donc tu multiplies pas puisque ce que je te demande , c'est le périmètre

M : ben, sinon…euh……il y a quelque chose d'autre aussi qu'on pouvait faire

E : tu as raison, et ce quelque chose , j'ai l'impression que tu l'as oublié…

M : y a fois deux aussi, on peut faire ; y a une formule

E : il y a une formule ; et j'ai l'impression que cette formule, tu l'as oubliée

M : non, je l'ai pas oubliée

E : alors, vas-y ; vas-y, vas-y !

M : alors , y a la longueur par la largeur et après, on multiplie par 2 ;ce qu'on a trouvé, on le multiplie par deux.

E : longueur fois largeur multiplié par deux, ça va pas nous amener au périmètre

M : divisé par deux

E :ni divisé par deux, c'est pas la bonne formule du périmètre ; est- ce qu'on peut la retrouver avec notre travail là,

M : oui

…………………………………………………………………………………………………

E : veux-tu me faire un rectangle, à main levée

M : à main levée, j'ai le droit ?

E : bien sûr, mais quand même …..qui se tortille pas trop ; très bien M ; je te dis très bien, parce que j'avais oublié qu'il y a une première information, qui est là ; qu'est- ce qu'elle dit, cette première information,

M : ben euh, que c'est un rectangle

E : c'est un rectangle ; et là, qu'est-ce que tu as fait là

M : ah oui, je me rappelle quand tu as dit….

E : attends , qu'est-ce que tu as fait là ? tu as dessiné , tu as tracé à main levée, est-ce que tu as tracé un rectangle ?

M : non

E : tu as tracé un superbe triangle à main levée

M : c'est ce qui fallait faire ?

Medhi 31/03

E : ben, regarde ce qu’il fallait faire !

M : mmm ; je le refais là

E : ne perd pas de vue cette information, $1^{\text{ère}}$ information, rectangle ; très bien ; $2^{\text{ème}}$ information, longueur

M : 40 euh, ben 40

E:décimètres, tu as raison, l’unité est importante, mais pas immédiatement ; autre information

M : 36

E : et quelle est ma demande ?qu’est- ce qu’on te demande ?

M : on demande de trouver le périmètre

E :exactement…..

M : le contour

E : le contour ; là….ce qui te manque, c’est la formule ; elle est un peu…ta formule, elle se tortille dans tous les sens ; pour retrouver la formule, tu as un superbe rectangle à main levée, tu sais ce que c’est le périmètre …..t’as plus qu’…..est-ce que tu peux le retrouver ; cherche une formule

M : mmemmmme

E : en regardant, regarde bien, je suis ici, je vais faire le tour ; tu vois : une longueur , une largeur , et encore une longueur , et encore une largeur

M : faut faire longueur fois largeur

E : où tu as vu euh….longueur fois largeur dans le tour que l’on a fait ?…mets- le , vas-y ; tu es prêt,

M :oui

E : longueur , là

M : je l’écris où ?

E : non, non, longueur , grand L, tu sais , par convention…. ; qu’est-ce que je fais maintenant ?

M : maintenant ?ben euh

E : j’ai fait la longueur , je vais ajouter une ….

M : largeur

E : plus…une largeur , vas-y

M : ah ,c’est bon , je m’en souviens ; après, tu,….après, beh normalement, on devait faire ; j’sais pas, à chaque fois, on devait faire un truc ; à chaque fois, on rajoutait quelque chose…………

[165]**Medhi 31/03**

E : alors, on s’est interrompu, Medhi….euh

M :on ajoutait quelque chose, après ça

E : oui, regarde- là, regarde- le ,ton rectangle, tu l’as pas tracé pour rien ;quand tu fais ton rectangle, tu traces une longueur , puis après, tu rajoutes une largeur , et puis après, il y a une autre longueur , qui s’ajoute, et une autre largeur qui s’ajoute ; donc, écoute bien : va doucement ; si on est plus petit, si on n’est pas en CM2, pour faire le tour , je prends une longueur plus une largeur plus une autre longueur plus une autre largeur : est-ce que tu es d’accord avec ça ?

M : ah oui, mais, on sait 36, 40 +………

E : attends, attends, on est pas en train de calculer , on est en train de voir comment on peut faire d’ une façon plus élégante, plus mathématique, quand on est en CM2, pour l’avoir dans la tête, cette formule. Pour faire le tour, je peux dire aussi : une longueur plus une largeur ,plus une longueur plus une largeur ;donc, regarde bien, cette longueur plus cette largeur , je l’ai combien de fois ?

M : une fois, deux fois, trois fois

E :où tu as vu la 3ème fois, où tu as vu la 3ème fois ?

M : ici

E :tu as vu cette longueur et cette largeur ?on l’a une fois, et on l’a encore…

M : deux fois

E : deux fois, quel trois fois ; moi je vois que cette longueur et cette largeur , cette longueur et cette largeur …..

M : ah oui, ça , c’est pour multiplier par deux !

E : ….on l’a deux fois

M : ben, ben, donc euh...

E: donc le périmètre , c’est bien une fois la longueur plus la largeur , et une deuxième fois hein ,parce que on va pas ….pour avoir fait le tour, le périmètre ;donc tu vois comment on l’a retrouvée cette formule, Medhi ?qui est une formule qui nous aide

M : et est-ce qu’on pourrait faire un exercice comme ça ?

E : il est là, il est là ; reprenons , Medhi. Tu as un rectangle, M, tu as sa longueur , tu as sa largeur et je te demande ?

M : le périmètre

Medhi calcule, 40+36………………s’arrête là ; puis dit : Ah oui, oui, oui, maintenant, faut multiplier par deux……………..c’est qui qui a inventé qu’il fallait multiplier par deux ?

Medhi 31/03
170

E : ah, ça fait très longtemps, qu'il y a des géomètres, qui font de la géométrie, et qui se sont dit, plutôt qu'à chaque fois de calculer, euh……le périmètre du rectangle, comme pour tous les rectangles , c'est la même loi, et bien, ils ont dit ; on va faire une formule qui va…

M : ils auraient pu multiplier par 3 ou par 4 par 6, par 56………………….

M : même que parfois , quand on fait un exercice comme ça, pas pour chercher le périmètre, on fait PI ; parce que nous , on travaille avec PI, des fois, mais j'ai pas très bien compris, quand même

E : tu as raison , M ; parce que Pi, c'est un nombre très impressionnant ; et lui aussi ce nombre Pi , il a été….

M :impressionnant

E : il l'est toujours ; tu sais qu'avec les ordinateurs, on est en train de chercher ses décimales ; tu sais écrire Pi, le symbole de Pi ?

M : oui, (*écrit PI)*

E : oui, on peut l'écrire comme ça, et aussi…

M : ah oui, mais …euh….14,3

E : est-ce que tu connais cette lettre, qui est la lettre PI, je te la montre sur la calculette

M : ah oui ,c'est comme ça ? mais pi, c'est , c'est un nombre ?comment tu sais que c'est pi, ça ?

E : regarde , quand j'ai mis pi égal, apparaît un nombre …..qui a cette forme–là : 3 … virgule………..et puis après

M : ah oui, 3, faut faire 3,14 ; faut faire ça

E : on dit virgule 14, parce qu'après, tu vois les décimales ; et c'est un nombre qui nous vient justement, de la nouvelle figure de géométrie que tu es en train d'étudier

M : c'est grâce à lui, qu'on l'étudie,

E : le cercle

M : même aussi, on a travaillé sur les rayons et tout ça

E : tu veux qu'on trace un cercle ?

Je note que tu avais dit : d'abord diamètre, puis tu m'as parlé de Pi, et maintenant tu me parles de rayon ; et moi je te dis Cercle, avec un grand C majuscule ; me tracerais-tu un cercle que l'on va appeler C, tu comprends pourquoi……………qu'il ait un centre et que ce centre ça soit , ici, le point O

M :ah oui, oui, je sais comment il faut faire, il faut une règle là

E : pour l'instant, c'est la longueur que tu veux…..

Medhi 31/03

175

M :ah je fais comme je veux, là ?

E : comme tu veux ; non, attention, ça c'est O, le nom du centre, le point, il est là.

……………………………………………………………………………………………..

est- ce qu'on peut dire que ça fait des centaines et des centaines d'années qu'on s'interroge sur ce cercle, et que les géomètres s'interrogent dessus

E : comment s'appelle ce point O très important ,

M : euh, le centre

E : et on est bien d'accord, Medhi, cette figure de géométrie, tracée au compas, elle s'appelle

M : le cercle

E : ok, et bien dans ce cercle, il y a des lignes très importantes, à qui on a donné des noms ; je vais tracer un segment de droite, qui va commencer au centre O : c'est le début de mon segment, et qui va s'arrêter quand je vais arriver sur le cercle

M : 2 ;   7

E : je me fiche de la mesure ,on est bien d'accord ?

M : on se fiche de la mesure ?

E : ouais ! ce segment, il commence où Medhi, s'il te plaît ?

M au centre

E :et il s'appelle comment ?

M : O

E : et il se termine sur le cercle au point

M :A

E :donc, mon segment, tu es bien d'accord, il s'appelle OA

M : hum

E :eh bien , il a un nom

M : et ça se peut qu'il a plusieurs noms ?

E : non, il n'a qu'un nom :il s'appelle

M : et ça se peut qu'il s'appelle OAU ?ça se peut ?

E : ah j'ai compris ce que tu entendais par nom ; ce segment, comme il a un début, et comme il a une fin, comme son début, c'est le point O et à la fin , j'ai décidé que le point où il touche le cercle , c'était le point A, je l'appelle OA………mais tu as raison, attention ça va être à toi. Ici, je vais faire un autre segment, qui va lui aussi partir du point O, qui va lui aussi arriver au cercle, mais dans un autre point et il va s'appeler OB

M : ça veut dire, après ce…. Mais le A , tu le comptes pas, c'est pas OAB,après ?

Medhi 31/03

E :ah non

M : tu le comptes pas

E : OA est un segment, OB est un segment

M : mais l'autre, comment tu fais, tu le laisses ?

E : est-ce que tu peux me faire un segment qui sera un rayon, donc qui partira du centre O et qui arrivera sur le cercle, et tu peux l'appeler OC

M : OC . Alors là ?(*trace un segment OC)*

E : et bien, OA, OB, OC

M : ah j'ai compris, maintenant….

E : ce sont des segments très importants, tu verras, ce sont des lignes très importantes pour les calculs

M : c'est quoi au fait un rayon ? C'est ça un rayon

E :alors on va le dire ce que c'est un rayon ; le rayon est un segment de droite qui commence au centre et qui se termine……

M : sur le cercle ; et aussi, euh, même qu'il y avait un exercice, il était comme ça, c' était colorié comme ça, et en rouge, on devait trouver la longueur de ça ; mais moi j'ai pas compris (montre un arc du cercle)

E : c'est très difficile de trouver un arc de cercle

………………………………………………………………………………………………

E : je ne t'étonnerai pas en te disant que Pi, c'est un nombre grec, excuse moi, lettre grecque……

M : est- ce que j'aurais Pi en 6ème , en 5ème aussi ?

E : bien sûr !……remettons notre calculette : j'inscris PI ; tu vois 3,14959….et on verra comment on l'obtient ; là tu le vois sous ses deux formes, là, c'est la lettre grecque qui le représente, et ça, c'est sa valeur à peu près.

M : ça veut dire deux

E : non, ça veut dire 3,14 quelque chose

M : ah oui, n'importe quoi, je veux dire, ça peut être ……..

E : jamais n'importe quoi, jamais, jamais .

Medhi 07/04

M : c'est un problème que j'ai fait dans la classe de CM2

E : que tu as dans la tête

M : c'est un athlète euh..

E : attends, j'écris sous ta dictée ; alors , un athlète, on va mettre A,tu es d'accord. A , il parcourt

M :alors , non, en fait , il a pas parcouru ; non en fait, c'est un saut en hauteur

E : ah il saute

M : oui, il saute 16m80, en gros,quoi

E : je l'écris comme ça : 16 virgule 80 et c'est des mètres

M : j'crois que c'était 80 et après, eh ben, il y a écrit 6 , 6 mètres 40

E : qu'est-ce que c'est 6m40 ?

M : ben c'est c'qu'il saute aussi après

E : alors il saute d'abord 16m80 ensuite toujours le même A, il saute encore 6 m40 et c'est des mètres, d'accord

M :Après il saute 5m , 5m,euh,5m30, voilà c'est ça

E : ben dis donc il saute de moins en moins haut

M : et après, ils disent : trouve la 3ème longueur

E : bon, alors là, il va nous manquer quelque chose ; là j'ai A qui va sauter, et encore sauter et encore sauter et tu me dis : trouvons la..3ème..longueur(*réfléchit en même temps)*

M : non, mais , en fait cette longueur, c'est parce que, ils disent, eh ben, par exemple, ils disent, eh ben, la dernière fois l' athlète a sauté, a sauté 16m80 ; après , ils disent eh bien, après, ils disent eh bien, l' athlète saute , a sauté 6m40 , au 2ème saut , il a sauté 5m30 ; après, trouve

E : 1er saut…

M: trouve la 3ème longueur

E : je crois que j'ai compris à peu près ; mais là, toi qui es un garçon qui parle bien, je crois que tu t'es un peu emmêlé la langue ; je crois , alors, je crois que j'ai compris , mais je ne suis pas sûre. Cet athlète, son 1er saut est de 6m40

M : um

E : son 2ème saut était de 5m30, et on sait que son 3ème saut , on ne le connaît pas, c'est ça Medhi ?

M : eum

Medhi 07/04

E :Son 3ème saut, on sait pas, par contre.. est- ce que tu…c'est ça que tu as voulu dire, on sait que..

M : ben la question, il faut qu'on trouve le 3ème saut

E : les trois sauts faisaient 16m80 en tout ?

M : mme

E : ça, ça tient plus debout ; c'est un peu bizarre comme façon de poser un problème, mais de toute façon, les problèmes sont toujours un peu bizarres. Donc , attends, on voit bien l'histoire : notre athlète, qui s'appelle A, il a 3 sauts à faire : un et puis 2 et puis trois (dessine ?) On sait la longueur du premier, on sait la longueur du 2ème, on ne connaît pas la longueur du 3ème, mais on sait que les 3 sauts ensemble, au total, il a sauté 16m80 ; est-ce que…tu me le redirais, vas-y, redis moi

M :alors euh

E : en expliquant un peu , quoi

M :alors, en fait euh, le premier saut, ..en fait, il était à une compétition

E : il était à une compétition, plantons le décor

M : eh ben il a fait un saut de 6m40

E : oui

M :voilà, et puis après, le 2ème saut, il a fait 5m 30 ;

E : oui

M : et puis après, son 3ème saut, il faut le trouver

E :on le connaît pas, on le connaît pas ; mais par contre, si tu dis que ça, Medhi, j'te dis : c'est bien gentil ce que tu nous racontes, Medhi, mais ton 3ème saut, j'ai aucune indication, ça peut être n'importe quoi, ça peut être 3m20,6m70, ça peut être ce qu'on veut. J'ai besoin …

M : ben la prochaine fois, j'emmènerai…

E : non..non,non, tu l'as ton indication ! tu me l'as dite tout à l'heure. J'ai besoin d'un autre renseignement, et c'est celui-là ,c'est…en tout…les trois sauts……. vont avoir une longueur de 16m80 ; si j'ai pas ça, si j'ai pas , le premier, le deuxième et le troisième font une longueur…

M : j'sais pas , parce que , en fait ils é, ils écrivent pas le troisième

E : ben justement ,

M: ils disent qu'il faut le trouver

E : il faut le trouver ; et ben là, on peut y réfléchir :

Medhi 07/04

190

Ça peut être notre travail de ce midi, on peut y réfléchir

M :mme

…………………………………………………………………….

E : le premier saut, 6m40, le deuxième saut, 5m30…..les trois sauts ensemble 16m80 ; comment avec ces trois informations, on va les entourer celles qui sont importantes…1^{er} saut, $2^{ème}$ saut, les 3 sauts ensemble ; voilà nos trois informations, comment avec ces trois informations, trouver la question qu'on te demande ?

M : moi, je sais pas euh

E : non, on sait pas, d'accord, ok, est-ce que tu sais que ça va être en raisonnant avec le calcul ? ça c'est des nombres qu'on va pouvoir associer pour pouvoir trouver ce truc ; j't'avoue que je suis très embêtée pour travailler sur les problèmes, mais on va essayer d'y arriver

M : c'est dur les problèmes quand même

E : c'est pas que c'est dur, c'est que si on voit pas la chose, pour arriver à trouver les calculs, ben, faut faire des efforts ; peut-être on pourrait faire un petit schéma

M : eum, oui, un schéma, ça aide les schémas

E :1^{er} saut, Mehdi, je le fais en noir, 6m40, d'accord ; $2^{ème}$ saut, on va les mettre bout à bout, 5m30….$3^{ème}$ saut, tu remarqueras mes pointillés, parce que le $3^{ème}$ saut …on ne sait pas ; par contre ,qu'est-ce qu'on sait de très important…on sait que les trois sauts ensemble….16m80

On y voit peut-être un peu plus clair

M : j'pense qu'il faut tout additionner hein ?

E : je sais pas ; faut tout additionner, Medhi, c'est peut-être même la chose que j'aurais pas voulu entendre ; on sait pas, on sait pas

M :c'est dur

E : oui, je suis d'accord avec toi, ça nous empêche pas de réfléchir

1. *Medhi marmonne*

E : prends le temps de regarder ; (répète doucement en suivant le dessin)1^{er} saut, $2^{ème}$ saut , $3^{ème}$ saut, et les trois ensemble, de là …jusque là, ou alors je peux les mettre comme ça si tu veux…ça fait 16m80. Comment avec les 2 premiers qu'on connaît, les trois ensemble..

M :ben, je crois que j'ai compris

E : prends ton temps, réfléchis

Medhi 07/04

M : je réfléchis : faut faire euh là eh ben 40+40 ,80
E : oui, vas-y , continue
M : après, 30+30,60….6, ben faut trouver 6
E : je vais te proposer… ta première idée de tout à l'heure, on n'a qu'à tous les additionner, c'est pas bête ; j'ai dit non trop vite, vas-y
Prends le premier 6,40 ,on met plus les unités, prends le premier 6,40…..je vais te demander de lui ajouter les 5,30, tu as été trop vite à tracer le trait , Mehdi, je vais devoir le gommer,
M : pourquoi,
E : tu vas voir…… remets ton 5,30 …..plus …le 3ème, combien , on sait pas ; tu es d'accord , Medhi ?
M : faut faire une addition à trou
E : je crois que tu t'approches de trouver la solution ; maintenant, seulement ; mais , dis-donc tu la connais la réponse
M : quoi ?
E : Toi aussi, tu n'as qu'à ouvrir tes yeux : le premier , plus le deuxième, plus le troisième qu'on connaît pas, combien ça fait, Mehdi
M : ouh la la ! c'est un peu compliqué là
E : c'est dans tes informations, tu les as comme
Non, non, non , ne calcule pas, regarde dans tes informations qui sont soit ici(*montre ce qui est écrit*), soit là(*montre le schéma*)le 1er, plus le 2ème , plus le 3ème, ça fait combien?
M : le 1er, plus le 2ème , plus le 3ème,
E:oui!
M : ah, j' calcule tout ça,
E: non ! tu calcules pas, on te le donne comme information, on te la donne
M : trois, c'est trois sauts, c'est parce que
E : tu as raison ,ça fait trois sauts, mais là on est sur la distance, sur la longueur, longueur du premier, longueur du 2ème, longueur du 3ème ,ben, les trois longueurs ensemble
M : euh.. .j'sais pas
E : si, les trois, celle-là, plus celle-là, plus celle-là; les trois
M: mais, est-ce qu'il faut réussir à calculer ça ?
E : pour l'instant, il faut ouvrir ses yeux et se dire: si on me demande de le calculer, c'est qu'on me donne les informations pour le faire

Medhi 07/04

M :alors, ça veut dire que (*marmonne*)

E: ouvre tes yeux, c'est devant tes yeux. Cette longueur, plus cette longueur, plus celle-là, d'accord. on la connaît pas, mais elle est là quand même, ça fait combien?

M: ben, t'es sûre qu'il faut pas que je calcule là

E : tu ne calcules pas, ça fait combien?, j'ai marqué là

M: 16,80?

E: 16,80,c'est quand même bien...

M : mais là, tu as calculé euh par quoi ?(très étonné)

E :eh bien justement, c'est justement là, où est, où est, là, tu as bien pointé ce qui te dérange J'l'ai pas calculé, on me l'a dit, on m'a dit, tu m'as dit, même ; ,la 1ère longueur, plus la 2ème , plus la 3ème ;certes on la connaît pas, mais il l'a quand même fait son 3ème saut, ben ,les trois ensemble, il a sauté 16m80.c'est toi qui me l'as dit

M: ben

E : est-ce que tu es d'accord que je mette que les 16m80 , ils sont là !

M : attends, euh, ça veut dire que...

E: comprends, : vas-y, digère..

M : euh, euh

E: ne calcule pas pour l'instant, le calcul, c'est vraiment le petit truc qu'on fait en dernier, et que même si on l'fait pas, on n'en meurt pas; calcule pas

M: oui... ben, alors comment t'as fait, c'est dur !

E :mmm, attends comment j'ai fait

M : t'as fait un schéma ,ben oui, tu l'as fait

E : J'ai fait un schéma, je me suis dit, c'est ça le plus important, je me suis dit, Medhi, la distance qu'on me donne pas, je la considère quand même, je sais qu'elle existe ; je sais qu'il y a une longueur, puis une 2ème longueur, et puis une 3ème, et je sais que les trois ensemble, ça fait .(*tape avec le crayon*)

M : mais faut trouver le dernier

E : attends, oui alors ça, ça, c'est une partie de plaisir, une fois qu'on a fait ça, on est presqu'au bout de nos peines... t'es un peu d'accord pour dire ça ?

M: oui j'suis d'accord mais au fait, tu peux me redire pourquoi celui-ci, il fait 6,40 et 5,30 ?

E: oui, oui, .. .je prends un autre feuille; et j'essaie de te dire les choses les plus simples possibles ;le premier saut, je le connais, je connais sa longueur, le 2ème saut, je le connais, je

Medhi 07/04

connais sa longueur ,qui m'empêche de les additionner déjà ? qui m'empêche de voir combien ça fait, 6m40+5m30 ? d'accord, il me manquera toujours le 3ème, j'aurai déjà fait un pas en plus

M :et pourquoi t'as pas fait divisé ou multiplié ou soustrait?

E : tu as raison, c'est la bonne question, je vais être très embêtée pour te répondre,c'est la bonne question, et c'est ça qui nous rend les problèmes très, très difficiles

Medhi, aide-moi à réfléchir

M :ben, si tu soustrais après, ça veut dire que 16m80 , eh ben, en fait

E : ben, on va soustraire, et c'est ça qui va nous...

M : ah , faut soustraire

E : attends, Mehdi , attends !

E: reprenons, ce premier saut, si je lui ajoute le 2ème, et si je lui ajoute le 3ème, je vais déjà dans ma tête, penser qu'il va y avoir une longueur totale; que ces trois sauts mis bout à bout: et un, et deux et trois, (*fait les sauts avec le crayon*) ils font 16m80

M : il faut trouver la dernière chose

E : il faut trouver la dernière longueur

M : je crois que j'ai compris, mais après quand tu fais virgule, mais après, ben, il manque des trucs ici, moi j' sais, en fait, ce qui reste ici

E : là, c'qui manque c'est la 3eme longueur ,pour l'instant, on ne la connaît pas

M : toi aussi, tu ne la connais pas?

E : non, mais moi, j'ai une piste pour savoir comment la trouver; on est bien dans l'addition, on est d'accord, et cette addition, elle est composée d'une longueur qu'on connaît, d'une autre longueur qu'on connaît et une qu'on connaît pas; dis, on en a deux qu'on connaît, on pourrait peut-être voir toutes les deux ensemble, combien ça fait?

M: oui

E : 6,40 et 5,30

M : alors, faut pas se tromper?

E : ffff, surtout pas

M:mmm 70…..çafait 11

E : oui, ça fait 11 pour la partie entière

M: ça fait 11,70, non?

205 **Medhi 07/04**

E : impeccable; bon, on sait un peu plus de choses là, non; on sait que les 2 premières longueurs, si on les met ensemble ; 11,70

M: alors, après, il reste 5, pour faire 16

E :alors après, après, il faut arriver à 16 ; alors on a 11,70 + quelque chose qu'on ne connaît toujours pas, tu remarqueras, on doit arriver à 16,80; alors là, on essaye..

M : mais pour le 80, moi j'trouve pas comment on peut faire, ça fait plus 10, hein pour lui, hein euh

E : je vois ce que tu veux dire,

M: pour lui, c'est 5 hein

E :tu as bien trouvé, tu as bien trouvé; on va d'abord faire la partie décimale, là on a 70 en partie décimale, qu'est-ce qui nous manque pour arriver à 80

M:10

E :vas- y , mets- les, là, virgule 10, et la partie entière, on a 11, qu'est-ce qui nous manque pour arriver à 16

M:5

E : 5 ; tu l'as trouvé parce que tu es malin , tu sais bien décomposer les nombres, tu sais bien jouer avec, il y a une façon, tu vas me dire si tu es d'accord; cette fameuse addition à trous, tu as 11,70, pour aller à 16,80, est-ce que tu es d'accord qu'on peut trouver ce qui manque en faisant 16,80-11,70 ?vérifie !

M : d'accord; (*sur la calculette*)hein !!! comment ça se peut ? parce que j'ai fait plus, et là toi, tu fais moins...mmmm c'est compliqué

E : oui, mais c'est intéressant

M : comment t'as pu faire

E : arf, on s'entraîne, on vérifie la chose plusieurs fois

M: c'est dur, parce que moi, je... .

E : c'est dur, mais je vois qu'il se passe quelque chose, rien qu'en te regardant je vois qu'il se passe quelque chose; gardons-ça précieusement, on y revient dans 5 mn ; regarde, vérifions si, cette chose étrange…

M: ah, c'est bon, j'crois que j'ai compris, parce que tu vois, 16, c'est plus grand que 11, c'est pour ça

E : oui ,oui, c'est pas mal vu, ça

M: 16 et 80, c'est plus grand que 11 et 70

Medhi 07/04

210

E : alors, allons-y maintenant, on va se régaler avec des nombres beaucoup plus faciles à additionner et soustraire; alors, là Mehdi, ne te vexe pas, on va faire très facile, t'es d'accord?

M: oui

E : 100, plus quelque chose que je ne connais pas, attention, ne te moques pas de moi, c'est très facile, ça fait 150

M :mmm, mmm ben c'est 50

E: vas-y, mets-le, n'aies pas honte...je te propose ma méthode, à 100, qu'est-ce qui manque, qu'est-ce qu'il faut ajouter à 100 pour avoir 150, je te propose de faire..100-50...et qu'est-ce que tu vas trouver?

M: mmmmmmmmmmmm 10,15,20

E : tu perds ton... tu mets une retenue...

M: oui, c'est ce que j'ai fait

E :d'accord, pourquoi?

M: ben, parce que 0 pour aller à 15...

E : attends, ten ten ten, je vois pas pourquoi tu te compliques la vie,t'as 5, et tu enlèves rien

Medhi : ben, c'est pas la bonne réponse hein,

E : là, regarde, on va remettre 150 et tu lui enlèves les 100 que tu avais au départ; et là, est-ce que tu as besoin d'une retenue, tu as 5 et tu enlèves 0

M: ah ben d'accord!

E: eh ben oui,

M: cinq

E: eh ben oui, et là, ne le mets pas, t'as 1 et tu enlèves 1

M : ben, zéro...ah oui!!! (très content)

E : et tu les retrouves?

M: oui, c'est qui qui a inventé ça ?c'est des mathéma, mathématiciens grecs,

E: oui, sûrement ; euf, peut-être pas, peut-être plus tard; mais de toutes façons, quand on a les nombres, on continue, on en fait comme ça quelques-uns, faut voir un peu ce qui se cache dessous, faudra peut-être y réfléchir plus fort

M :pourquoi c'était obligé de faire 150-100, tu l'as trouvé au hasard?

E: ben non, là, il ne peut pas avoir de hasard, ça ferait deux hasards...allez on va en mettre un plus difficile: j'ai 123, il manque quelque chose pour arriver à 145, c'est un peu difficile, je t'ai embêté un peu exprès, comment faire

Medhi 07/04

215

M: 123 mmmmmm(chantonne)

E : eh oui, de tête ça va être difficile, peut-être que tu vas avoir besoin de mon système

M : ah, je crois que ça fait, y manque 35, non?

E : je pense pas, mais si tu veux le mettre très légèrement là ; après tout, on peut le vérifier, hein; léger, léger, parce que à mon avis, on va le gommer Moi, je préfère dire…toi, tu as dit, j'ai 123 qu'est-ce que j'ajoute à 123 pour avoir 145 ; moi, je préfère dire: j'ai 145, j'enlève les 123 que j'ai déjà

M : montre comment tu fais..mmmmm. Hein,22 ; alors c'est qu'il manque 22 ?

E : vérifions: 123+22, ça fait bien 145

M:mm

E : mmmm

M: ouaiii, ça c'est des problèmes de logique à mon avis, non?

E :c'est sûr, qu'il faut de la logique pour comprendre la chose, mais il faut se dire aussi..

M : il est bien ton schéma!

E :il nous a un peu aidé, j'te remercie Medhi, parce que je savais pas trop où aller pour expliquer ça, et le schéma, des fois

M : je récapitule, c'est à dire que…………attends, elle est où la 3ème feuille, voilà; c'est bon, j'avais compris, j'ai compris

E : qui t'avait tellement étonné; euh, si tu veux bien, on en reparlera, de cette opération inverse de l'addition

M ; ben j'ai compris ça, je crois, parce que, si par exemple, ce serait 11,70 on aurait eu un nombre beaucoup plus petit, parce que comme 16,80, c'est beaucoup plus grand; si ça serait 17, on aurait obtenu euh un 4,15, j'sais pas, un truc dans le genre

E : ouai, c'est vrai que, souvent, souvent, on t'a fait travailler sur des opérations à trous en oubliant peut-être de te dire qu'il y avait une façon plus agréable de calculer en prenant l'opération inverse; mais, Medhi, vraiment je voudrais que avant que tu partes, tu saches que pour tous les enfants, les problèmes qui ressemblent à ça, c'est des casse-têtes à s'arracher les cheveux, et que tu n'en as plus en 6ème

M: c'est vrai ?

E : en 6ème, tu vas calculer sur les nombres et tu vas travailler beaucoup en géométrie; des problèmes comme ça, tu en auras un ou deux dans l'année ; et plus tu vas grandir, ces problèmes -là, tu les feras autrement et dans pas très longtemps, ces problèmes-là, tu adoreras les faire, parce que ce qu'on ne connaît pas, et ben, on le remplacera par une lettre qui s'appelle x, on fera de l'algèbre et on trouvera d'une façon intelligente

M:mme

E: et bien pour l'instant, Medhi, arrache-toi les cheveux, mais pas trop quand même. Au revoir, Medhi !

Medhi 21/04

M : on nous a fait faire un problème

E : tu l'as dans la tête tout frais ? je fais le secrétariat, je t'écoute

M : c'était, c'était euhmm un livre qui pesait 225 grammes

E : oui, son poids….225g

M : et il était tiré 360000 exemplaires

E : 360 000 exemplaires

M : après , ils disaient : quelle est la masse totale ?

E: celui-ci, il est déjà plus…

M : sais pas , moi, j'avais fait une multiplication avec ça et ça ….parce que aussi, fallait trouver en mois

E : fallait trouver ?

M : en mois parce que…

E : en mois ?

M : parce que chaque mois, il y avait 360 000 exemplaires, chaque mois

E : dis donc, ça fait beaucoup de livres ; donc, la masse totale…pour l'instant, on va pas introduire l'idée de mois ; c'était les 360000 exemplaires..

M : j'sais pas si j'ai eu bon ;

E : alors, moi, ça me paraît une bonne démarche, là tu vas la faire ; et puis, il te demandait en quelle unité,il fallait l'exprimer ?

M : ah oui, fallait le faire en kilogrammes

E : bien sûr, les grammes ça ne suffisait pas ; ces 360000 exemplaires , à 225g chacun, tu la refais la multiplication ?

M (*écrit 360000 x 225)*

E : ça , il y avait d'hésitation

M : il fallait pas diviser, il fallait pas soustraire .

Medhi effectue l'opération

E : quelle est la difficulté quand tu as une multiplication où il y a ,comme ici , beaucoup de zéros à multiplier ; quelle est la difficulté,

M : c'est difficile

E : oui, oui, c'est difficile parce que..

M : c'est dur, tu t'embrouilles

E : tu t'embrouilles, je suis entièrement d'accord avec toi……alors, comme c'est zéro dans la multiplication , et on sait que quelque soit le nombre de fois où tu fais zéro ,ça fera zéro ; d'accord, ça , on le sait ; on peut dire, moi, je propose de dire que ces 360000 que tu vas multiplier par 225, le zéro des unités, le zéro des dizaines, le zéro des centaines et le zéro des unités de mille, tu vas les retrouver sous forme de zéros, c'est sûr ; alors, pourquoi…

M : est-ce que en 6ème, j'aurai des multiplication s ?

E : Medhi , ne pense pas à la 6ème ; je te propose de vérifier en disant : ces zéros qui sont mis à la place, laissons-les provisoirement de côté, provisoirement ! etpour ne pas trop nous embrouiller, multiplions 36 par 225 ; tu peux faire ça ? encore mieux, encore mieux ! je te propose de multiplier 225 par 36

M : oui, oui je sais, je sais ; mais moi, je veux pas me tromper, j'aime pas trop me tromper(*en même temps qu'E)*

E : est-ce que tu es d'accord que c'est la même chose ? est-ce que tu es d'accord que tous ces zéros qui nous embrouillent et qu'on va retrouver intacts, sous forme de zéros, aux mêmes places au résultat, provisoirement , on les met de côté, et on fait la multiplication comme s'ils étaient pas là, donc, pas d'embrouilles ; et qu'on a le droit, 36 x 225, le résultat sera le même que 225 x 36 ; alors là, franchement, vas-y, alors-là vas-y !

M : je le fais ?

………………………………………………………………………………………………….

M : c'est facile

Ben voilà, voilà, j'ai eu bon

E : attention, c'est pas le vrai résultat, celui-là, parce que euh ffff faudrait peut-être les récupérer mes zéros

M : oui, oui, je sais

E : ….oh là, non, non ; on va les mettre à leur place ; il y aura le zéro desunités, le zéro des dizaines, le zéro des centaines et le zéro des unités de mille, qu'on avait…mis de côté ; et là maintenant tu as le résultat.

M : pourquoi on est obligé de rapprocher les trois zéros, et les zéros de derrière, on les décale ?

E :pour le confort de la lecture, parce que regarde-les, c'est ce qu'on avait marqué : 360000, c'est le groupe des unités, dizaines, centaines, qui n'a pas de nom ; alors que là, c'est le groupe des unités, dizaines, centaines qui sont des milles ; alors, par convention, on écarte un

Medhi 21/04

peu, c'est drôlement plus facile ; je n'ai pas vérifié quelle est la bonne réponse 722 720 000 ou bien 80millions

M : c'est 80 mille

E : millions !

M : ben oui, oui, parce que moi j'ai trouvé ça

E :déjà, on va vérifier à la calculette, que 225x36, ça fait bien ce que tu avais trouvé…sinon, on cherchera l'erreur.

M : ah tu vois, j'ai eu bon !!!!!!

E : eh nous avons récupéré, alors que là, c'était faux

M : eh ben oui, avec ces zéros….

E : alors tu sais maintenant, Medhi, que les zéros, quand ils vont être multipliés, on va les retrouver les mêmes, à la même place, à la fin, alors on les met de côté , mais alors, il faut pas les oublier à la fin.

M : est- ce que …on est pas obligé de les compter,

E :Qu'est-ce que tu veux dire ?

M : je veux dire….si par exemple , on multiplie, on les met, on les met à côté, mais on les compte pas ; après, on les compte

E : on les récupère, on les récupère. Je pense que le maître te demandait…..que ça fait 81 000 000 000 ; réécris-là ! écris la réponse en grand, ici, et bien écrit, en chiffres. juste le chiffre 81, c'est les millions, donc, un tout petit espace ; les milles, voilà la série de trois, et ceux qu'ont pas de nom…tu relis ça bien ?

M : 81 millions

E : d'accord ! c'est exprimé en quelle unité, t'as pris 225 quoi ?

M :grammes

E : donc, ici, c'est…

M : kilogrammes !

E : ah ben non !

M : (*en même temps*) ah non, non, non !

E : par quel miracle ça se serait transformé en kilogrammes !

M : est-ce que ça se peut que ça se transforme en kilogrammes ?

E : et bien, c'est **nous** qui allons décider qu'on va plus l'exprimer en grammes, parce que franchement, 81 millions…

Medhi 21/04

235

M : mmm

E : on a encore une chance, on a encore un risque, pardon, de s'embrouiller la langue ! et de toute façon, ton maître te l'a demandé, donc il faut ; ça , c'est juste : 81 millions de grammes , c'est juste ; on va décider de le mettre en kilo

M : en kilo !

E:on va décider de le faire

M : ça va être dur ? si on le fait en kilo, est-ce que ça va être dur ?

E : ben, je crois pas , je crois pas parce que je me souviens d'une séance avec toi, où on avait vu les unités de masse ; l'unité de masse, c'est le …

M : gramme

E : et il y a plus petit que le gramme, et plus grand que le gramme , tu te souviens, des grecs et des romains qui avaient inventé des noms ?

M :mmm

E : dix fois plus petit, tu te rappelles,

M :mme mme ; décigramme

E : cent fois plus petit ?

M : mmm, ça, c'est…centigramme

E : mille fois plus petit,

M :mmm , euh millimètre, euh milligrammes, pardon (*rires)*

E : on passe aux plus grands, pour arriver au kilo, hein ; donc là, on a bien les grammes ; on a mis les unités , dix fois, cent fois, mille fois plus petits parce qu'elles existent, mais on va pas en avoir besoin ; dix fois plus grand que les grammes

M : diagramme, ah non, pardon, pardon, déci, déca…

E : ah non , déci, il est là !

M : euh décagramme

E : cent fois plus grand

M : hectogramme

E : mille fois plus grand

M : kilogramme

E : donc là, toutes nos unités pour mesurer la masse, on les a.Et, notre gramme au milieu, qui est l'unité de masse, d'accord ? quand on a, j'aurais dû y penser, mais nous allons ruser avec la feuille

Medhi 21/04

M :hier, je suis parti à une exposition d'abeilles

E : ne mélange pas tout , je t'écoute dans cinq minutes, dès qu'on a fini.

M : pourquoi il y a du fer là ?

E : pour couper, tu as vu comme j'ai coupé ma feuille…

M : pourquoi ? tu vas coller ?

E : mmm, j'ai anticipé quelque chose ; première chose , Medhi, donc , on perd pas de vue ce qu'on doit faire…tu pardonneras mon tableau, qui franchement…

M : ah tu fais un tableau ?

E : ces 81 millions de grammes,

M :ah ,maintenant, tu veux que je fais euh

E : je voudrai qu'ils arrivent dans le tableau et qu'ils s'arrêtent aux…

M : centigrammes

E : pas du tout ! c'est des grammes, c'est des grammes, hein

M :aux grammes ; ah oui !

E : he !he ! c'est bien des grammes hein !d'accord. Donc, ici, exceptionnellement, j'ai l'impression qu'on peut s'offrir le luxe de commencer par la fin parce que , il y en a beaucoup à mettre

M : ben sinon, j'ai une idée avant ; sinon, tu mets 8, hein, après tu mets 00000

E : et,et, et , si tu y arrives pas à ce que ce zéro là, qui est l'unité , tu es bien d'accord,ce zéro, c'est l'unité ; unité, dizaine, centaine. Et comme l'unité , c'est le gramme, il faut que ce zéro là soit ici, puisque ici, l'unité, c'est zéro gramme .Alors, c'est pas souvent que je dis ça, mais même moi…alors, vas-y, Medhi

M :par la fin ?

E : beh oui , zéro, mets-le ; après celui-là.

M(*il écrit le nombre dans le tableau*)

E : et maintenant, en quoi ton maître veut-il que tu exprimes le poids ?

M : kilogrammes

E : où va devoir être l'unité ?

M : là !

E : ben là c'est les hectogrammes Medhi !

M : non, non,ben là !….j'ai confondu

E : combien de kilogrammes ?

Medhi 21/04

Medhi : 4,5,6

E : non, non,

M : ben ça veut dire …..3 et 2

E : et ça se lit comment ?

M :81…mille kilogrammes ! Ah c'est un tableau de conversion ?

E : gagné, Medhi…en calculant malin, si je peux dire, en se mélangeant pas trop avec les zéros, on trouve la somme astronomique de 81 millions

M : pourquoi tu dis astronomique ? parce que c'est un grand chiffre ?

E : exactement !ça ne m'étonne pas de toi d'avoir trouvé ce que c'était astronomique…81 millions de grammes !!!ma !ma ! qu'est-ce que tu veux qu'on fasse de 81 millions de grammes !

M : si ça serait en euros…

E : *rit*- c'est la même chose que 81 000 kilos, est-ce que tu es d'accord avec ça ?

M: Serge, le maître, il nous avait dit de faire des formes, le parallélépipède , le cône euh, le cube euh le cylindre

E: Qu'est-ce que tu les connais bien!

M:il nous avait dit de , de , demander combien y avait de sommets, sommets; et après des faces et des arêtes.

E:sommets, faces et arêtes; je suis toujours aussi impressionnée par…

M: et il nous a dit de faire les pyramides…

E: J'allais dire, il en manque une!

M: triangulaires, à base euh à base

E: les pyramides à base triangulaire?

M: et à base…euh j'sais plus

E: ça peut être à base carrée, aussi une pyramide

M: ah oui voilà! à base carrée

E: la pyramide, la seule que tu n'avais pas dite

M: alors, il y avait aussi le cube , le parallélépipède, le cône , le cylindre et tout ça; mais j'avais du mal à repérer les arêtes

E: surtout dans le cône, il n'y en a pas.

M: oui, et la sphère aussi

E: eh eh la sphère , bien sûr la sphère! tu avais oublié la sphère et moi aussi., tous ces volumes hein, parmi eux , il y a des volumes réguliers, des solides réguliers.

M: euh j'comprends pas quand on dit volume régulier et tout ça…j'comprends pas quand on dit volume

E: volume, tu comprends pas; on introduit une 3ème dimension

M: voilà, avec les dimensions aussi , je comprends pas.

E: eh oui, oui, oui; pour calculer un volume , il te faut trois dimensions; d'ailleurs, tes unités…

M: pourquoi on prend trois dimensions,

E: attends, tes unités de volume , elles en porteront la trace. par exemple , si tes trois dimensions, elles sont en cm

M: mais c'est quoi une dimension ?

E: ton volume, attends, ton volume, il sera en quelle unité? Tu l'as déjà fait ça, l'unité des volumes? le cm cube, par exemple, tu l'as pas fait ça encore?

M: si, euh non , je crois pas

E: tu l’as pas fait ça encore? d’accord; les dimensions?

M: oui, ça on l’a vu, mais je comprends pas!

E :comment…tu sais ce qu’on va faire? pour se simplifier la vie, on va sortir un livre de 3ème

M: c’est dur?

E: mais bien sûr! C’est ça qui est bien; regarde-les, regarde en 3ème, comme tu les retrouveras, tes solides! tes volumes.

M; ça, c’est Pi.

E: ça, c’est Pi, tu as raison, ça servira à calculer les volumes.

M: c’est dur!

E: non, non; regarde, regarde…alors on va prendre le plus difficile, quel est son nom, quel est ce volume?

M: c’est un cône.

E: c’est un cône, je le marque: cône. Cherchons ses dimensions, qui vont nous aider après, à calculer par exemple son volume. Quelles dimensions peut-t’il bien y avoir là qui vont nous servir à calculer le volume?

M: ben euh

E: regarde bien , elles te, elles sont marquées.

M: les dimensions?

E: oui! les dimensions…comment peut-on définir dimension? comment définir pour Medhi qui s’interroge sur le mot dimension?

M:la part?..la part ?

E: pas de part, ça n’a rien à voir avec les parts, la dimension;…est-ce qu’une dimension serait la mesure d’une distance,…..dans dimension, il y a le mot de mesure…elle est intéressante ta question

M: hum

E: tu t’interroges sur ce que c’est que ces trois dimensions dont tu vas avoir besoin pour calculer les volumes…on y revient, ça c’est une question essentielle, on y revient dans cinq minutes…je te propose de regarder dans ce cône de révolution ce qu’ils ont marqué ici; dans un cône de révolution, …..

À la base du cône de révolution, il y a un cercle…à la base du cylindre aussi.

Donc, ton cercle, qui est la base de ton cône de révolution, il a un rayon, ce rayon, il a une dimension

M: rayon euh…

E: mme, il a une dimension. Ne suis pas trop ton idée , suis un petit peu la mienne, et après, la tienne, elle va se rejoindre; vas-tu trouver la dimension de ce rayon; elle peut être, elle peut être beaucoup de choses; et on va te donner une autre dimension, on va te donner la hauteur depuis la pointe de ton…

M: sommet

E: sommet, c’est toi qui l’as dit, c’est bien, depuis le sommet de ton cône, jusqu’ici au centre du cercle qui est ta base. Voici une autre dimension. Tu me diras, j’ai menti, il n’y a pas trois dimensions, il y en a que deux!

M: oui!

E: c’est là que…

M: j’comprends toujours pas

E: attends , juste une seconde et je te demande, avec le rayon, tu vas pouvoir calculer avec Pi, tu vas pouvoir calculer l’aire de ce cercle, tu vas pouvoir calculer l’aire du disque qui est là, c’est une aire du disque; tu sais comment on calcule l’aire du disque?

M: euh, je sais que c’est avec Pi

E: oui, alors pour l’aire, je la mets là ta formule, on prend Pi, on le multiplie par le rayon, mais le rayon au carré, ou on peut mettre aussi : Pi fois R et encore fois R.

M: mmme

E: donc ça, déjà, tu les a tes deux dimensions là;tu vois , tu as

M: eh, eh l’autre fois , elle est où?

…ton rayon deux fois, et pour le volume, tu vas devoir…

M: et, et la dimension, elle est où?

E: introduire- la dimension , elle est là, dans le rayon, c’est la mesure du rayon.Les dimensions de mon bureau sont à peu près de 1m20 sur 1 mètre

M: ah!j’commence à comprendre, je crois… je commence à comprendre…c’est pas sûr.

E: d’accord? C’est pas sûr, tu as raison, c’est pas sûr; mais, c’est normal que ce soit simplement un commencement, parce que c’est la première fois que tu t’occupes de volumes

M: mais on a travaillé les dimensions?

E: oui, on les a travaillées pour mesurer;je pense que l’on peut dire que ce segment,(cherche une règle)…..que j’appelle AB, si je le mesure, j’aurais sa dimension.(silence)

M: ah! C’est, par exemple, si tu le mesures, t’auras son, t’auras, t’auras son euh, son euh, j’sais pas comment le dire, t’auras sa dimension, sa dimension, mais sa dimension, c’est son, euh, c’est son résultat?

E:je crois que tu es en train de pointer quelque chose…est-ce que la dimension est juste la mesure?

M: ouh là!

E: j'ai un gros dictionnaire de mathématique, on va chercher à « dimension »…Dimension : ça vient de mesure, c'est un mot qu'on est allé chercher dans un vieux mot latin qui veut dire mesure, donc déjà…

M: ça parle de mesure

E: ça parle de mesure; il y a certainement une définition : la dimension d'un objet c'est sa mesure; si les dimensions changent, l'objet change. Mais quand on parle des dimensions d'une figure, c'est l'ensemble des mesures de longueur, voilà ;les dimensions, ce sont les mesures de longueur que l'on a prises. Si je mesure la longueur de ce segment, j'obtiendrai sa dimension. Ouf ! Ça fait du bien d'avoir réfléchi et d'avoir été chercher.

M: c'est dur!

E: c'est le mot que tu dis le plus ,Medhi, quand on voit tous les mots que tu retiens, si tu les retiens, c'est que tu les comprends; ça, et bien tant mieux! Donc, vous êtes en train de fabriquer des objets qui sont dans l'espace, qui occupent un certain volume, c'est ça? et vous allez les calculer, ces volumes. Alors je te rassure, on ne calcule pas de volume en 6ème; ça fait très longtemps que je n'ai pas vu de calcul de volume en 6ème

M: ah bon?, mais en 3ème?

E: ah oui, là, en 4ème et en 3ème, on commence à calculer des volumes, on a besoin de trois dimensions.

……………………………………………………………………………………………

M: et aussi quand tu dis Pi, fois rayon, fois rayon, fois rayon, c'est égal à combien, parce que le rayon…

E: nous prenons ce cercle, et qui a un centre qui est là, qui a un rayon qu'on peut mesurer, qui a donc une dimension; ce cercle, nous pouvons grâce à une formule, qui marche à tous les coups, pour tous les cercles, qui a été mise au point, il y a très longtemps…

M: ah, je vois, je, je, je comprends; parce que quand on mesure le trait, ça donne la dimension?

E:quand on mesure le segment, ça donne la dimension du rayon, donc veux-tu…

M: et après, on, on multiplie; on, on multiplie…

E:Attends, veux-tu imaginer une dimension pour ce rayon? ce rayon là que j'appelle R, il mesure combien?

M: euh, R? 3?

E: et ce sont des centimètres, une dimension, elle a une unité; elle est exprimée dans une unité de longueur

M: pas de masse

E: du tout, ni de capacité; ton rayon a 3cm, le cercle, on va pas le retracer, il est là; pour calculer, tu prends cette formule qui te dis…

M: alors Pi des fois, et bien…

E: tu mets Pi, tu mets Pi; pour l'instant tu mets Pi; tu multiplies par combien?

M: par euh, 3; par le rayon.

E: multiplié encore par 3...d'accord! On peut donc marquer en dessous que c'est égal, pour l'instant, Pi, c'est toujours Pi.

M: parce que Pi, c'est combien?

E:pour l'instant, remarque -le .Multiplié par combien: 3 fois 3, ça fait ?

M: euh, 9

E: tu me diras maintenant, c'est bien joli, l'aire , on sait que c'est Pi multiplié par 9; mais Pi, ça reste un nombre qui reste quand même pas bien connu de nous. Ce Pi, il a une valeur approchée, je sens que c'est ça que tu voulais me dire; ce Pi, il vaut quelque chose, il vaut combien à peu près, t'en souviens -tu, Medhi?

M: euh, euh,5 euh

E: non , c'est 3; à peu près 3,14

M: voilà, ça fait 3,14; et faut le multiplier par 9?

E:et bien voilà! Je te sors la calculette.

M: 9 x 3,14; je le fais à la calculette ou à mains nues ?

E: à mains nues, c'est peut-être beaucoup plus beau, par contre , je te propose, Medhi, au lieu de faire 9 par 3,14, je te propose de faire 3,14 multiplié par 9, ce sera plus court, et ça sera la même chose, parce que la multiplication, on peut faire ça.

M: ça fait, l'aire, elle fait 28,26.

E: c'est presque ça, c'est juste au niveau du calcul; je mets pour toi, aire, 28,26, mais attention ! S'il n'y a pas d'unité…attention, c'était en cm; c'est une aire, il y a deux dimensions…

M:est-ce qu'on est obligé toujours de mettre l'unité?

E: Toujours! Sinon, ça veux rien dire; mais on le met pas là, on la met pas dans le calcul; attention ton unité n'est pas bonne…

M: mais pourquoi le maître, quand on fait des exercices de maths ,il dit de mettre l'unité à côté?

E: dans l’opération, non; dans le résultat, oui; l’opération, elle est valable quelque soit l’unité……Attention, ce n’est pas une dimension, ce n’est pas une longueur, c’est une aire; et une aire, tu as eu besoin de deux dimensions, de deux fois la dimension du rayon, donc ce sont des cm…carrés

M: carrés

M: ah oui voilà, comme tu dis que Pi , c’est 3, est-ce qu’on est obligé de faire, comme là, t’as fait 3,14 multiplié par 9, pourquoi on a pas fait 3 multiplié par 9?

E:bon, en gros, c’est ça la question; ben, Pi justement, c’est pas 3; et c’est même pas 3,14; et derrière la virgule pour le nombre Pi-on réfléchira peut-être un jour comment on l’a trouvé ce nombre Pi, qui n’est pas mystérieux, qui est vraiment euh…à chaque cercle, t’as Pi. Les mathématiciens, ça fait des centaines et des centaines des centaines d’années qu’ils cherchent à savoir qu’est-ce qu’il vaut avec des nombres, avec un nombre.

M: ils ont trouvé?

E quel est le nombre Pi eh ben non, on en est avec les ordinateurs à des millions de chiffres après la virgule.

M: et, il y a des, des autres nombres en grec qui sont comme ça?

E: non, non; celui-là, il est…

M: il est exceptionnel

E:il est exceptionnel! C’est toi encore qui a trouvé le mot! Alors quand on est plus grand et qu’on est au collège et qu’on doit faire des calculs avec Pi, on est comme toi, on se dit : 3,14 c’est peut-être pas exactement ça; alors, regarde, il y a le nombre Pi, tu le vois là (*montre la calculatrice*) Pi écrit ici, sur la calculette et quand on met à combien est égal Pi

M: 3,

E: on voit bien le 14, mais on voit que derrière, il y a plus de place

M: ah, c’est long, c’est long?

E comment,c’est long?

M: il est long, quand tu dis : y a plus de place?

E:je t’ai dit Medhi, et je crois pas me tromper, ça continue, Medhi, jusqu’à plus d’un million de chiffres derrière la virgule, derrière le 3; les mathématiciens qui calculent, qui cherchent toujours où ça va s’arrêter et qui n’ont toujours pas trouvé….on en est à des millions de décimales.